

Françoise Duquesne-Belfais
Maitre de conférences honoraire de l'INS HEA (Suresnes)
Marie-Hélène Marchand
Neuropsychologue

L'apprentissage des fractions avec des élèves de 6^e en difficultés scolaires

Dans le domaine des « dyscalculies » de nombreuses études concernent sa définition, ses origines, sa prévalence ou son diagnostic. La plupart des chercheurs reconnaissent eux-mêmes que les « cas purs » de troubles en calcul sont rares. En revanche, l'expérience montre que des « plaintes » pour échecs graves concernent une population relativement vaste. Dans un souci de pragmatisme, nous traiterons ici de tout enfant dont on signale des performances insuffisantes dans le domaine numérique.

Lorsqu'il entre en classe, l'enfant devient un élève, c'est-à-dire un sujet soumis à des règles principalement didactiques. C'est dans ce cadre de la didactique des mathématiques que nous nous situerons ici.

Notre approche vise à être compréhensive et ergonomique : mieux comprendre pour mieux agir. Nous avons le souci de mieux comprendre les difficultés des élèves dans le domaine numérique et le double objectif de mieux répondre aux besoins de ces élèves comme d'améliorer les compétences adaptatives des pédagogues qui interviennent auprès d'eux.

Dans certaines classes, des efforts notables sont effectués pour mettre en place des adaptations visant à minimiser l'impact des troubles instrumentaux, visuels, praxiques, lexiques... Mais on sait qu'une fois réglés ces problèmes, des difficultés persistent au niveau cognitif.

De nombreuses études ayant prouvé que les apprentissages numériques sont très liés au développement de la conceptualisation (Brissiaud, 2002 ; Fischer, 2009), l'hypothèse que nous interrogerons est la suivante : la mise en place de situations d'apprentissage favorisant la conceptualisation des notions numériques fondamentales, comme les fractions par exemple, permet de faire évoluer les compétences d'un certain nombre de ces enfants « troublés en calcul », qu'ils soient dyscalculiques ou en difficultés. Il nous semble que si une rééducation peut s'avérer pertinente et même indispensable dans certains cas, des pistes existent et restent à mieux explorer au sein même de la classe pour permettre à une partie de ces enfants de surmonter leurs difficultés dans le domaine du calcul.

Après avoir présenté les élèves avec qui nous avons travaillé et le protocole de l'expérimentation, l'exposé de notre cadre théorique permettra de proposer l'analyse du concept de fraction que nous avons menée pour élaborer une situation d'apprentissage : les tâches que nous avons choisies ont eu pour but de favoriser l'appropriation des relations entre les représentations figurées des fractions et leur écriture symbolique. Puis nous proposerons une analyse de l'activité des élèves et de leurs productions lors de la résolution de ces tâches.

1. La population concernée

La recherche a été réalisée avec une enseignante de mathématiques et deux de ses classes de 6^{ème} dans un collège.

- Le groupe témoin accueille 25 élèves d'un bon niveau global, et la classe dite « tremplin » réunit 22 élèves en grandes difficultés. Ces derniers ont été regroupés suite au repérage effectué par l'enseignant de CM2 ou suite à une demande de la famille ou de rééducateurs. C'est l'examen des dossiers, suivi d'un entretien individuel avec les familles volontaires, qui a arrêté la constitution de ce groupe.

- Sur le plan étiologique, 2 élèves présentent des anomalies chromosomiques, un élève est diagnostiqué TDAH (sous ritaline), une élève est dite précoce, un élève est en attente de bilan.
- Sur le plan rééducatif, 10 élèves sont suivis, principalement en orthophonie, mais aussi en psychothérapie ou/et en psychomotricité.

Le projet de cette classe est d'accompagner ces élèves de manière plus soutenue durant leur 1^{ère} année de collège et d'essayer de leur redonner confiance en eux. Ils sont moins nombreux, ils ont plus de séances de travail en demi-groupes et sont encadrés par une équipe de professeurs, tous volontaires et très impliqués. Le temps accordé au français et aux mathématiques est augmenté d'une heure et demie. Après le passage dans cette classe « tremplin », les élèves sont répartis dans les classes de 5^e du collège, sans dispositif spécifique.

2. Le protocole d'expérimentation

Les séquences de travail se sont déroulées durant trois semaines aux horaires habituels des cours de mathématiques. Nous avons choisi de travailler sur les fractions avant que cette notion ne soit abordée en cours.

L'expérience comprend plusieurs étapes :

- une évaluation diagnostique individuelle ;
- la fabrication en groupes d'un jeu, « les carrés de Mac-Mahon » qui est ensuite utilisé pour résoudre des problèmes de fractions ;
- l'apprentissage, organisé en groupes de besoins constitués à partir des résultats à l'évaluation diagnostique. Chaque groupe est encadré par un adulte : l'enseignante référent de la classe, une enseignante-chercheure, une neuropsychologue et une psychologue.
- une synthèse des propriétés travaillées, effectuée collectivement à l'aide du support d'un TBI. Un document écrit est donné aux élèves.
- une évaluation finale.

3. Le cadre théorique

La démarche que nous présentons est issue du croisement de nos points de vue de neuropsychologue et de didacticienne.

- Le point de vue de la *didactique des mathématiques* nous invite à étudier les processus d'apprentissages mathématiques au travers des relations entre l'enseignement (point de vue du maître), l'apprentissage (point de vue des élèves) et les savoirs mathématiques.

En partant du postulat que les difficultés d'apprentissage d'un élève doivent être analysées comme la résultante de l'influence réciproque de ses caractéristiques personnelles, de son milieu social et scolaire, de son rapport aux savoirs, ainsi que des attentes du maître et de l'école, nous nous appuyons sur le schéma ci-dessous.(figure 1)

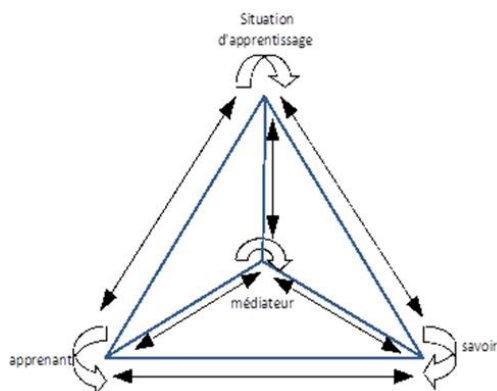


Figure 1

Les sommets de cette pyramide représentent les caractéristiques des 4 pôles, les arêtes illustrent les relations entre les pôles, et chaque face image les interactions entre les pôles et les axes.

Nous choisissons de nous intéresser plus particulièrement ici à la face situation/apprenant/savoir, c'est-à-dire aux conceptions relatives à un savoir (les fractions) que se forgent des élèves pour traiter une situation.

Ce système nous sert de cadre d'analyse pour proposer des tâches aux élèves, pour comprendre les traitements qu'ils mettent en œuvre et les erreurs qu'ils produisent, et pour élaborer des dispositifs de remédiation.

- Le point de vue de la **didactique professionnelle** nous pousse à donner une place particulière à l'analyse de l'activité des élèves en cours de résolution de tâches (Pastré, Mayen et Vergnaud, 2006 ; Lenoir et Pastré, 2008). Ainsi, nous distinguerons tâche et activité, la tâche étant ce qui est à faire, l'activité, ce qui se fait réellement.

Le point de vue de la tâche pourrait être qualifié d'« objectif » : il décrit les conditions qu'il faut nécessairement prendre en compte pour que l'action soit réussie.

Le point de vue de l'activité pourrait être qualifié de « subjectif » : il vise à décrire ce que fait effectivement l'apprenant. Pour une même tâche, les manières de faire des élèves sont nombreuses, y compris à niveau de réussite équivalent.

En pratique, concevoir une situation d'apprentissage requiert, en didactique, deux niveaux d'analyse : une analyse de la tâche *a priori* qui renvoie à l'identification des obstacles inhérents aux concepts visés, ici les fractions ; une analyse *a posteriori* de ce que fait réellement l'apprenant lorsqu'il est aux prises avec la tâche, ici avec des problèmes de fractions.

- Dans le cadre de la **neuropsychologie**, on se pose la question de l'intégrité des « instruments » qui supportent les connaissances conceptuelles. L'analyse porte sur les voies et les étapes du traitement de l'information, depuis la sensorialité jusqu'à la production d'une réponse, pour comprendre les erreurs et leurs influences dans la chaîne de traitement. Le but ultime est de trouver ce qui différencie les erreurs dites « normales » chez l'enfant, d'avec les erreurs qui seraient spécifiques d'un trouble d'apprentissage.

4. L'analyse didactique a priori de la notion de fraction

Afin d'identifier les difficultés qu'éprouvent les élèves, il est utile de clarifier ce qu'est une fraction.

Les fractions dans notre histoire

Les Égyptiens de l'Ancien Empire (IV^e et III^e millénaires avant notre ère) seraient les premiers à avoir utilisé les fractions (Guitel, 1975). D'après le papyrus de Rhind, toutes les fractions égyptiennes avaient pour numérateur le nombre 1 et tout rapport devait être décomposé à l'aide de sommes de fractions unitaires (numérateur égal à 1). En arithmétique égyptienne¹, les parties constituantes de l'*Oudjat* (l'œil d'Horus) servaient à écrire les fractions :

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} + \frac{1}{32} + \frac{1}{64} = \frac{32}{64} + \frac{16}{64} + \frac{8}{64} + \frac{4}{64} + \frac{2}{64} + \frac{1}{64} = \frac{63}{64}.$$

S'ensuivent alors les fractions sexagésimales des Babyloniens et les fractions alphabétiques des Grecs. Ce sont les Arabes au VII^e siècle qui introduisent la symbolisation moderne des fractions. C'est à cette époque que le nombre, jusque-là réduit aux entiers naturels, s'élargit progressivement aux rationnels. La fraction va alors acquérir le statut de rapport et celui de nombre au Xe siècle.

Actuellement, une fraction est une façon de noter un nombre dit « rationnel » dont les caractéristiques essentielles sont les suivantes :

- les écritures fractionnaires sont du type a/b ;
- on peut les écrire à partir d'une infinité d'entiers, ce sont les fractions équivalentes : $2/3$, $4/6$, $6/9$

¹ D'après le mythe, Horus, fils d'Isis et d'Osiris, aurait perdu un œil dans le combat mené contre son oncle Seth pour venger l'assassinat de son père. Seth arrache l'œil gauche d'Horus, le coupe en six morceaux et le jette dans le Nil. À l'aide d'un filet, Thot récupère les morceaux mais il en manque un ! Thot le rajoute et rend à Horus son intégrité vitale. La somme des fractions de l'*oudjat* ne fait que $63/64$; le $1/64$ manquant est le liant magique ajouté par Thot pour permettre à l'œil de fonctionner.

- entre deux nombres rationnels, il existe une infinité de nombres rationnels, alors qu'entre deux nombres naturels successifs, il n'y a pas d'autre nombre naturel.

Les fractions dans l'enseignement

Dans les programmes scolaires, trois situations sont le plus souvent proposées pour aborder les fractions : les fractionnements, les rapports et les calculs fractionnaires.

- Les situations de fractionnement

La fraction permet de quantifier la partie d'un tout. Par exemple, lorsqu'on parle d'une demi-tarte, d'une demi-pomme ou d'une demi-classe, chacune de ces expressions désigne la moitié d'une grandeur, et cette moitié est encore une grandeur. À l'opération qui consiste à couper en deux parts égales et à en prélever une part, on doit associer la fraction $1/2$.

- Les rapports

Un rapport se définit comme un mode de comparaison entre deux grandeurs de même nature. Dans ce cas, on recherche la fraction qui exprime le rapport entre ces deux grandeurs. À l'école primaire et dans notre vie quotidienne, ce concept est souvent utilisé pour exprimer les sous-unités de mesure (1 dl = $1/10$ de litre ; 1 cm = $1/100$ de mètre ...), les pourcentages ou les échelles d'une carte ...

- Le calcul fractionnaire

Les fractions sont des nombres que l'on peut comparer, additionner, soustraire, multiplier et diviser grâce à des règles spécifiques. Le calcul fractionnaire est très présent dans nos classes primaires, mais dans la vie quotidienne nous ne l'utilisons que rarement, l'emploi des nombres décimaux étant beaucoup plus commode.

Au final, la conceptualisation de ce qu'est une fraction, c'est la mise en relation de ces différentes conceptions. Cependant, à l'école, les fractions sont peu travaillées d'un point de vue conceptuel. L'essentiel des activités proposées est centré sur l'acquisition de procédures et de techniques de calcul : réduire au même dénominateur, simplifier, transformer en fractions équivalentes, écrire un nombre décimal en écriture fractionnaire ...

Des conceptions qui font obstacle au concept de nombre rationnel

De nombreux travaux montrent que l'apprentissage des fractions constitue une difficulté importante pour la plupart des élèves (Nunes & Bryant, 1996 ; Bolon, 1997 ; Rouche, 1998 ; Brousseau, 1998 ; Rosard, 2007 ; Carette, 2009). Nous avons rappelé les différences fondamentales entre les nombres entiers et les nombres rationnels du point de vue mathématique, mais ces différences ne sont pas toujours prises en compte par les élèves.

Les élèves traitent souvent numérateur et dénominateur comme étant deux nombres entiers sans lien entre eux et appliquent dès lors aux fractions des procédures propres aux entiers. S'ensuivent alors des erreurs fréquentes :

- l'aspect fractionnement induit de considérer la fraction comme une partie et une partie est toujours conçue comme plus petite que le tout ; d'où la difficulté à concevoir des fractions supérieures à 1.
- les élèves privilégient souvent l'aspect fraction de l'unité au détriment du résultat d'un partage équitable d'une pluralité. Par exemple, trois quarts de pomme, c'est 3 fois un quart de l'unité « pomme » ($3 \times 1/4$), mais c'est aussi le résultat de 3 pommes partagées équitablement entre 4 enfants.
- les propriétés des entiers sont souvent transférées aux fractions. Par exemple, dans l'addition (ou la soustraction), $1/4 + 1/2$ est pris pour $2/6$ en utilisant implicitement la même règle d'opération que dans les entiers : « on ajoute les numérateurs et les dénominateurs entre eux ».

Dans la comparaison, $1/5$ peut être considéré comme supérieur à $1/3$, car $5 > 3$ en appliquant la règle : « *je vois un nombre plus grand, donc la grandeur qu'il représente est plus grande* ».

Dans la multiplication (ou la division), une croyance veut que, comme pour les entiers, « *lorsqu'on multiplie, le résultat est toujours* » alors que si on multiplie un entier par un nombre inférieur à 1, le résultat est diminué ($8 \times \frac{1}{2}$ est plus petit que 8).

Ces différentes conceptions incitent les élèves à utiliser le langage des fractions sans en comprendre pleinement la nature. L'utilisation persistante des règles qui régissent les naturels fait obstacle au passage des entiers vers les rationnels et ce d'autant plus que les connaissances des entiers sont largement antérieures à celles des rationnels.

D'où le choix des tâches

L'analyse a priori de la notion de fraction nous a conduit à choisir des objectif-obstacles qui remettent en cause chez les élèves une partie de leurs conceptions erronées ou incomplètes. Les situations d'apprentissage visaient à dépasser les aspects de fractionnement et de rapport pour aboutir à la fraction en tant que nombre, soit à faire évoluer les aspects perceptifs et figuratifs vers les aspects abstraits du concept de fraction. Nous avons choisi d'étudier plus spécifiquement le passage des représentations figurales vers les représentations numériques et inversement.

L'analyse neuropsychologique nous a alors suggéré plusieurs pistes de recherche :

- Les résultats des élèves des deux classes face à ces tâches dépendent-ils des types de présentation (dessin ou écriture numérique) ?
- Les types de présentation sont-ils différemment utilisés chez les élèves de la classe témoin et chez les élèves en difficultés ?

Au final, nous avons choisi des tâches qui devaient :

- permettre un apprentissage ludique en associant l'apprentissage des fractions à un certain plaisir, pour augmenter la motivation des élèves en difficulté et leur implication ;
- mettre les apprenants en situation d'acteurs dans des situations qui les conduisent à se confronter à des obstacles, l'évolution des conceptions étant alors rendue nécessaire pour surmonter ces obstacles ;
- être suffisamment diversifiées afin de développer une certaine souplesse dans l'utilisation des fractions ;
- s'articuler autour d'un support de référence commun et concret, « les carrés de Mac Mahon », et permettant de « manipuler » les fractions rencontrées pour résoudre des problèmes.

De l'analyse conjointe didactique, pédagogique et neuropsychologique, découlent l'élaboration de parcours d'apprentissage différencié et notre analyse a posteriori, qui comprend :

- la comparaison qualitative des résultats (évaluations initiale et finale) ;
- une comparaison quantitative des productions (élèves en difficultés/ceux de la classe témoin), ainsi que de l'évolution des deux classes ;
- l'identification des sujets à difficultés spécifiques.

5. Les carrés de Mac-Mahon²

Cette séquence n'a été effectuée qu'avec les élèves du groupe « tremplin ».

Première étape : la fabrication du jeu par groupes

Consigne :

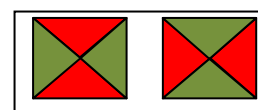
On donne ci-dessous des carrés. Chaque carré est divisé en quatre parties par ses diagonales. Pour colorier ces carrés, on dispose de trois couleurs : le rouge, le bleu et le vert. On peut les colorier en utilisant une, deux ou trois de ces couleurs, sans laisser de blanc. On veut colorier le plus de carrés possible et que tous les carrés obtenus soient différents. Combien avez-vous trouvé de possibilités ?



Les échanges à l'intérieur des groupes portent principalement sur la signification de « une, deux ou trois couleurs » : *doit-on avoir exactement les 3 couleurs dans un carré ? Le blanc est-il une couleur ? Peut-on colorier en dessinant des rayures ou des motifs à l'intérieur des carrés ? Un carré bleu clair est-il différent d'un carré bleu foncé ? etc.*

Toutes ces questions sont générées par l'obstacle : colorier 4 régions avec 3 couleurs, sans laisser de blanc. Autre obstacle : l'orientation des carrés n'a pas d'importance.

La mise en commun a nécessité que les groupes s'organisent pour désigner un rapporteur et s'accordent sur les résultats qu'ils voulaient exposer. Pour vérifier qu'il n'y avait pas de doublons, différentes stratégies voient le jour : établissement de listes au fur et à mesure de la recherche, classement selon le nombre de régions coloriées, ou selon le nombre de couleurs dans un carré...



Au final, les élèves ont réussi au bout d'une séance et demie à trouver les 24 carrés différents qui constituent le jeu complet. (figure 2)

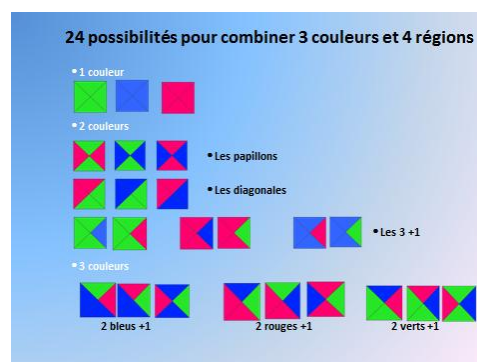


figure 2

Deuxième étape : l'utilisation du jeu pour résoudre une situation problème

Le but de cette activité est de mettre les élèves en situation de résoudre un problème de fractions avec un support figuratif : il leur est possible de faire multiples essais en manipulant les carrés pour les placer sur la grille vide et en comptant le nombre de parties coloriées. (figure 3)

Par exemple, il est demandé que la moitié du rectangle soit bleue. Il n'y a qu'un seul carré entièrement bleu, les élèves sont donc obligés de compter en « triangles ». Le problème revient alors à trouver un agencement de 24 triangles : **12** triangles bleus, **8** triangles rouges et **4** triangles verts.

$$\frac{1}{2} = \frac{12}{24} \quad \frac{1}{3} = \frac{8}{24} \quad \frac{1}{6} = \frac{4}{24}$$

Il y a plusieurs solutions.

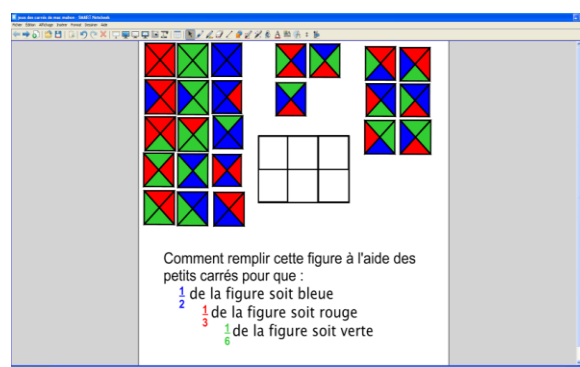


Figure 3

² Vers 1930, dans l'Armée des Indes, le major d'artillerie et mathématicien britannique Mac Mahon créa ce jeu formé de 24 carrés.

6. L'analyse a posteriori de l'évaluation initiale

Les trois types d'exercice présentent des caractéristiques différentes : passer d'une représentation figurale à une représentation symbolique et réciproquement.

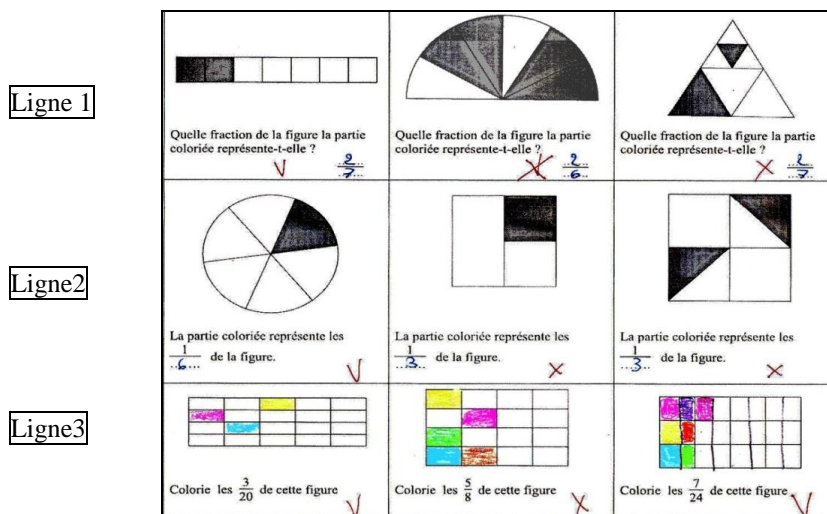


Figure 4

Ligne 1 : produire une fraction numérique à partir d'une proportion dessinée, soit savoir traduire une information visuelle en une écriture symbolique.

Ligne 2 : tâche identique mais avec une contrainte supplémentaire : le numérateur doit être égal à 1.

Ligne 3 : produire une proportion dessinée à partir d'une fraction numérique, soit savoir traduire une écriture symbolique en une information visuelle. (figure 4)

Les résultats globaux

- du point de vue des sujets

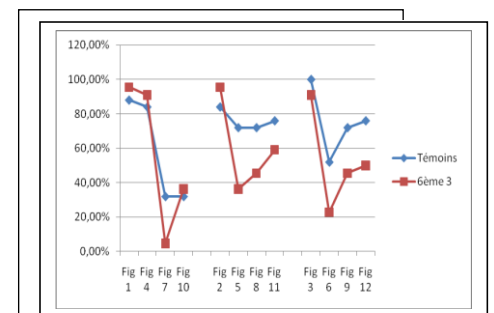
Le groupe témoin répond bien à au moins 50% des questions posées. Une partie non négligeable du groupe « tremplin » (32%) présente un échec franc. 64% des élèves « témoin » et 91% des élèves « tremplin » ont donc besoin de travailler la notion de fraction.

pourcentage de bonnes réponses par sujet	Classe témoin	Classe « tremplin »
de 80 à 100%	36%	9%
de 58 à 79%	44%	50%
de 50% à 57%	20%	9%
Moins de 50%	0	32%

- du point de vue des figures

Les profils des réussites sont les mêmes dans les deux groupes, avec une accentuation des échecs pour les figures plus complexes dans le groupe tremplin. (figure 5)

Figure 5



La comparaison entre la ligne 1 et la ligne 3 (*figure 6*) montre qu'il semble plus difficile pour le groupe témoin d'écrire la fraction que de produire le fractionnement dessiné. Ce qui n'est pas le cas des élèves « tremplin », au contraire.

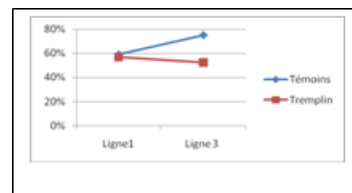


Figure 6

La comparaison entre la ligne 1 et la ligne 2 (*figure 7*) montre l'impact de la contrainte d'un numérateur égal à 1 : c'est une aide pour les élèves « témoins » mais pas pour les élèves « tremplin ». Pour ces derniers, les fractions sont difficiles quelle que soit la modalité de présentation.

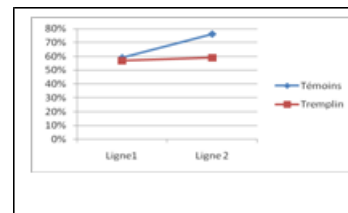


Figure 7

Des erreurs surreprésentées dans le groupe « tremplin »

Traduire une représentation figurale en une écriture symbolique (ligne 1, figure 4)

Question : Quelle fraction de la figure la partie coloriée représente-t-elle ?

Réponse attendue : 4/6

Réponse observée : 2/4

Une des erreurs surreprésentée chez les élèves « tremplin » (deux fois plus souvent que dans le groupe témoin) consiste à faire le rapport entre la partie blanche et la partie grisée ; ce qui révèle une prégnance perceptive :

- au niveau des couleurs, en faisant le rapport de l'une par rapport à l'autre, au lieu d'une partie par rapport au tout ;
- en faisant le rapport de la « petite » partie par rapport à la « grande », au lieu de la partie foncée par rapport au tout.



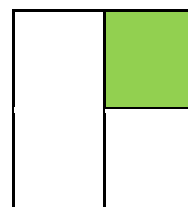
Traduire une représentation figurale en une écriture symbolique et numérateur égal à 1 (ligne 2, figure 4)

Question : Quelle fraction de la figure la partie coloriée représente-t-elle ?

Réponse attendue : 1/4

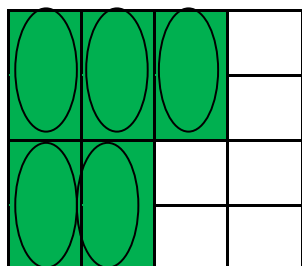
Réponse observée : 1/3

Dans la classe « tremplin » les élèves ne tiennent pas compte de l'égalité des parties et privilégient le nombre de parties.

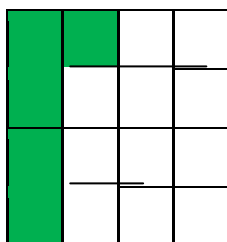


Traduire une écriture symbolique en une représentation figurale (ligne 3, figure 4)

Question 1 : Colorie les 5/8 de la figure



Réponse attendue



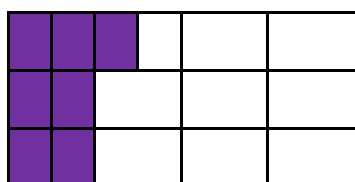
Réponse observée

Nombre d'erreurs de ce type

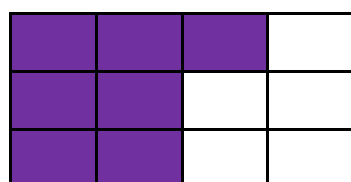
groupe témoin : 11

groupe « tremplin » : 17

Question 2 : Colorie les 7/24 de la figure



Réponse attendue



Réponse observée

Nombre d'erreurs de ce type

groupe témoin : 15

groupe « tremplin » : 39

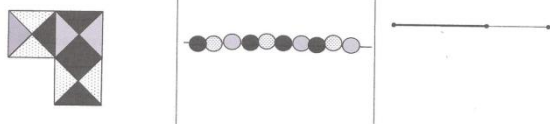
7. Le travail par groupes de besoin

Les élèves sont regroupés en parcours *, ** ou *** en fonction de leurs résultats à l'évaluation initiale. Une fiche de travail est proposée à tous. Le rythme de travail des élèves du groupe témoin a été beaucoup plus rapide et ils ont tous terminé la fiche, contrairement aux élèves du groupe « tremplin ».

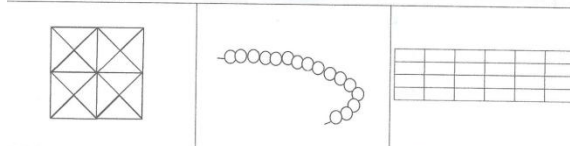
Toutes les tâches visent les mêmes objectifs d'apprentissage, mais elles sont de plus en plus abstraites : le travail initial autour des carrés de Mac Mahon favorise l'évocation mentale et constitue une référence.

- Exemples de tâches du parcours *

Exercice 2 : Quelle fraction de la figure, la couleur noire représente-t-elle dans chacun des cas suivants ?

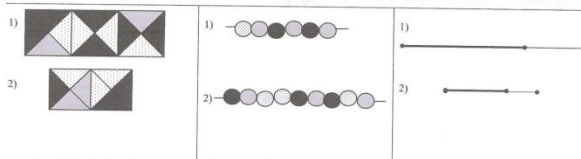


Exercice 3 : Colorie $\frac{3}{8}$ de chacune des figures dans la couleur de ton choix.

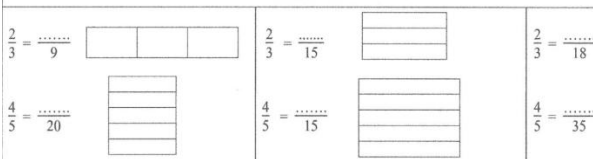


- Exemples de tâches du parcours**

Exercice 1 : Dans chacun des cas, dire si les fractions des deux figures coloriées en noir sont identiques.



Exercice 5 : Compléter les égalités ci-dessous. Tu peux t'aider des figures.



- Exemples de tâches du parcours ***

Exercice 4 : Compléter : la couleur grise représente : ...

$\frac{4}{12}$ de la figure
 $\frac{4}{6}$ de la figure
 $\frac{4}{3}$ de la figure

$\frac{3}{9}$ de la figure
 $\frac{3}{3}$ de la figure

$\frac{6}{18}$ de la figure
 $\frac{6}{9}$ de la figure
 $\frac{6}{6}$ de la figure
 $\frac{6}{3}$ de la figure

Exercice 6 : Simplifier les fractions suivantes. Tu peux t'aider des figures.

$\frac{15}{24} =$ $\frac{18}{24} =$

$\frac{24}{36} =$ $\frac{72}{48} =$

8. L'analyse a posteriori de l'évaluation finale

L'évaluation finale est construite sur le même principe que l'évaluation initiale. (figure 8)

Figure 8

Les résultats comparés entre les deux évaluations

du point de vue des sujets (figures 9 et 10)

	Classe témoin	Classe « tremplin »	Nombre de réponses correctes par sujet
Evaluation initiale			
Evaluation finale			

Figure 9

- Chez les élèves « témoins », 76% des élèves progressent entre l'évaluation initiale et la finale. Les progrès peuvent être importants : deux élèves du groupe les plus en difficulté dans l'évaluation initiale répondent à toutes les questions. Les erreurs sont rares (7%) et l'absence de réponse est exceptionnelle (une seule). (figure 9)

- Chez les élèves « tremplin », 68% d'entre eux progressent de manière importante dont 27% qui saturent l'épreuve, pour certains, issus du groupe le plus en difficulté dans l'évaluation initiale. 9% des élèves ne progressent pas. (figure 9)

Concernant les représentations figurales / fractions numériques (*figure 10*), les « préférences » des élèves du groupe témoin se répartissent en deux groupes comparables, ce qui n'est pas vrai dans le groupe « tremplin ». Leur préférence pour les problèmes à données visuelles est très nette (72%) et nous incite à penser que les effets de notre entraînement se sont fait sentir.

Evaluation initiale / Evaluation finale	Classe témoin	Classe « tremplin »
100% de réussite aux 2	40 %	14%
Fig > num	28%	72%
Fig < num	28%	14%
Homogène bas	4%	-

Figure 10

du point de vue des figures (figure 11)

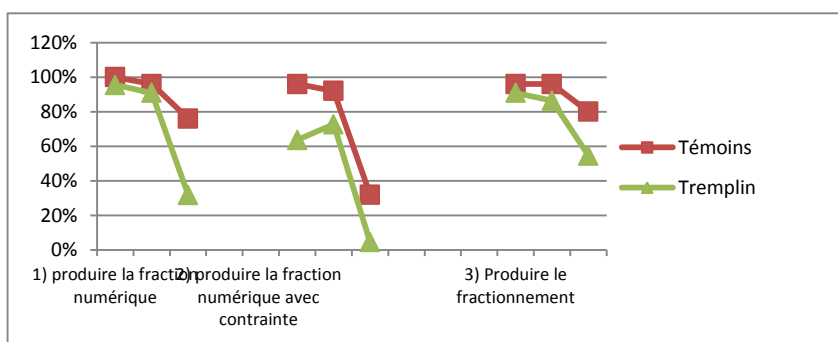


Figure 11

Il semble qu'après l'apprentissage, les progrès se fassent sentir essentiellement sur les exercices demandant de produire la fraction numérique à partir des représentations figurées (ligne 1/ligne 3, *figure 12*) et ce pour les deux groupes, les élèves « témoins » progressant beaucoup plus que les élèves « tremplin ». Les progrès concernant la production du fractionnement semblent beaucoup moins flagrants pour les deux groupes. La production d'une représentation de type figuratif est plus aisée pour le groupe témoin que pour les élèves « tremplin ».

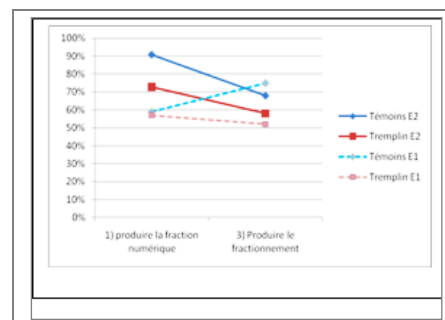


Figure 12

Conclusion

La comparaison des deux évaluations révèle un groupe de quelques élèves qui restent en grande difficulté. Ainsi, notre travail, conçu comme des filtres successifs, nous a permis d'identifier, au sein de cette classe un peu particulière, trois catégories d'enfants en difficulté.

Le premier groupe rassemble des élèves qui ont subi des « ratés » dans leur cursus scolaire ou des situations de vie difficiles. Pour ceux-là, un accompagnement un peu plus soutenu permet assez facilement une « normalisation » et la réintégration rapide dans une classe ordinaire.

Un deuxième groupe réunit les élèves dont les difficultés sont plus importantes, mais pour qui, l'identification précise des obstacles liés au concept et l'analyse de leurs difficultés particulières ont permis une adaptation, tant instrumentale que didactique, de notre intervention pédagogique : l'ancrage des notions dans les représentations visuelles, la manipulation active pour passer d'un système de signifiants à un autre, la différenciation des tâches, des supports, du rythme d'appropriation, ont rendu accessibles certaines propriétés du concept de fraction.

Le troisième petit groupe rassemble des enfants présentant de réels troubles des apprentissages. Notre expérience montre que le cours accompagnement mis en place dans cette classe « tremplin »

est très insuffisant et ne permet pas de remettre ces élèves « à flots ». Qu'ils soient diagnostiqués dyscalculiques ou pas, ils bénéficieraient d'une démarche pédagogique adaptée sur le long cours et certainement d'interventions plus spécifiques et plus individualisées.

Dans tous les cas, ce travail nous renforce dans l'idée que l'école a un rôle premier à jouer dans la recherche de stratégies adaptatives. C'est pourquoi, nous sommes convaincues de la nécessité de former les enseignants à ce rôle.

Les compétences théoriques et pragmatiques qui méritent d'être développées en formation comprennent à notre avis, outre les compétences relatives à la discipline et à la gestion de la classe, des compétences qui sont liées aux élèves (Paquay, Altet, Charlier et Perrenoud, 2001, p. 69) : savoir les observer, les évaluer, identifier leurs possibilités, leurs difficultés, leurs besoins, pour savoir adapter l'enseignement à leurs caractéristiques. C'est pour nous l'analyse de l'activité de l'élève qui, en croisant ses caractéristiques et celles du savoir auquel on a l'intention de le confronter, permet d'adapter les tâches en modulant leurs difficultés objectives.

Bibliographie

- ASTOLFI, J.-B. (1997). *L'erreur, un outil pour enseigner*. Paris : ESF.
- BOLON, J. (1997). L'enseignement des décimaux à l'école élémentaire. *Grand N*, n° 52, IREM de Grenoble.
- BRISSIAUD, R. (2002). *Psychologie et didactique : choisir des problèmes qui favorisent la conceptualisation des opérations arithmétiques*. In Bideaud J. & Lehalle H. Le développement des activités numériques (pp. 265-291). Paris : Hermès.
- BROUSSEAU, G. (1998). *Théorie des situations didactiques*. Grenoble : La Pensée Sauvage.
- BYRNES, J.P. & WASIK, B.A. (1991). *Role of conceptual knowledge in mathematical procedural learning*. *Developmental Psychology*, 27(5), (pp. 777-786).
- CARETTE, V. & CONTENT, A. & REY, B. & COCHE, F. & GABRIEL, F. (2009). *Etude de l'apprentissage des nombres rationnels et des fractions dans une approche par compétences à l'école primaire*. Université libre de Bruxelles. [en ligne], consulté en 2010 sur <http://www.ulb.ac.be/facs/sse/img/fractions.pdf>
- DUQUESNE-BELFAIS, F. & GIRODET, M.-A. (2009). *Le numérano - matériel cycles 1 et 2*, Paris : Nathan.
- DUQUESNE-BELFAIS, F. & GIRODET, M.-A. (2010). *Tous en maths*, fichier CP et guide pédagogique, Paris : Nathan.
- DUQUESNE-BELFAIS F. & GIRODET M.-A. (2011). *Tous en maths*, fichier CE1 et guide pédagogique, Paris : Nathan.
- DUQUESNE-BELFAIS, F. & GIRODET, M.-A. (2012). *Tous en maths*, fichier CE2 et guide pédagogique, Paris : Nathan.
- FISCHER, J.-P. (2009). Six questions ou propositions pour cerner la notion de dyscalculie développementale, *ANAE*, n° 102, pp117-133, Paris.
- GREGOIRE, J. (2008) : *Évaluer les apprentissages : les apports de la psychologie cognitive*. Bruxelles : De Boeck Supérieur.
- GUITEL, G. (1975). *Histoire comparée des numérations écrites*. Paris : Flammarion.
- LENOIR (Y.), PASTRE (P.) (dir.)(2008), *Didactique professionnelle et didactiques disciplinaires en débat*, Toulouse, Octarès.
- NUNES T. & BRYANT P. (1996). *Children Doing Mathematics*. Oxford, U.K. : Blackwell.
- PAQUAY (L.), ALTET (M.), CHARLIER (E.), PERRENOUD(P.), (2001), *Former des enseignants professionnels : Quelles stratégies ? Quelles compétences ?*, De Boeck Université, Bruxelles, 3e édition.
- PASTRÉ (P.), MAYEN (P.), VERGNAUD (G.), « La didactique professionnelle », *Revue française de pédagogie*, n° 154, p. 145-198, 2006. [en ligne], consulté le 08 avril 2011. URL : <http://rfp.revues.org/157>
- ROSARD, D. & VAN NIEUWENHOVE, C. & JONNAERT, P. (2007). *Les fractions, comment mieux comprendre les difficultés rencontrées par les élèves ?* [en ligne], consulté en juillet 2011 sur http://spip.cslaval.qc.ca/mathvip/imprimersans.php3?id_article=61&nom_site=MathVIP&url_site=http://spip.cslaval.qc.ca/mathvip
- ROUCHE, N. (1998). *L'esprit des sciences. Pourquoi ont-ils inventé les fractions ?* Paris : Ellipses.
- SAMURÇAY, R. & RABARDEL, P. (2004). *Modèles pour l'analyse de l'activité et des compétences : propositions*. In R. Samurçay & P. Pastré (dir.), *Recherches en didactique professionnelle*, Toulouse : Octarès, (pp. 163-180).
- VERGNAUD, G. (1996). *La théorie des champs conceptuels*, in J. Brun (dir.). *Didactique des mathématiques*, pp.196-242. Neuchâtel : Delachaux et Niestlé.