Séance 1 : Rappel de la loi binomiale et conjecturer que $\binom{n}{p}=\binom{n}{n-p}$ avec le nombre de chemins.

Durée : 1heure

Activité 1 :

Un pécheur est au large de Carqueiranne dans son bateau. Durant la première heure, il a remonté 4 fois sa ligne. On note P, l'événement : «il a pris un poisson lors d'une remontée de ligne». Au bout d'une heure, une issue est $P\,\overline{P}\,PP$.

1. Déterminer à l'aide d'un arbre toutes les issues.
2. Soit X la variable aléatoire qui compte le nombre de poissons attrapés durant une heure.

   a. Déterminer les valeurs de X.

   b. Déterminer le nombre de chemins pour la réalisation de $X=1$.

   c. Déterminer le nombre de chemins pour la réalisation de $X=3$.

   d. Si on note Y la variable aléatoire qui compte le nombre de fois que la ligne est remontée sans poisson, traduire à l'aide de Y les événements $X=1$ et $X=3$.
3. Quelle remarque pouvez vous formuler sur les résultats précédents ?

Activité 2 :

Durant mes 5 jours de ski, tous les jours je scrute la météo. Chaque jour, la météo est indépendante de la météo de la veille et reste stable toute la journée.

On appelle B, l'événement : «le matin, il fait beau».

1. Déterminer à l'aide d'un arbre toutes les issues possibles sur la météo de mes 5 jours au ski.
2. Soit X la variable aléatoire qui compte le nombre de jours de beau temps sur les 5 jours.

   a. Déterminer les valeurs de X.

   b. Déterminer le nombre de chemins pour la réalisation de $X=1$, puis de $X=4$.

   c. Déterminer le nombre de chemins pour la réalisation de $X=2$ puis de $X=3$.
3. Quelle remarque pouvez vous formuler sur les résultats précédents ?

Synthèse :

Déterminer une conjecture sur le nombre de chemins obtenus pour la réalisation de k succès et pour la réalisation de $n-k$ succès, où n est le nombre de réitérations.

On note $\binom{n}{k}$ le nombre de chemins obtenus pour k succès parmi n tentatives.

1. Peut on avoir $k > n$? justifier.

2. Quelle égalité peut on écrire alors ?

Séance 2 : Le triangle de Pascal.

Durée : 1heure

Objectifs : Conjecturer la construction du Triangle de Pascal.

Dans les activités ci-dessous, on s'intéresse aux nombres de chemins menant à un événement donné et non à la probabilité d'obtenir cet événement.

Activité 1 :

Deux archers tirent chacun une flèche sur une cible. On considère que ces deux lancers sont totalement indépendants. Un lancer ayant atteint la cible est noté A, un lancer raté est noté R. Au terme des lancers, on observe la séquence des deux résultats (ex AR).

1. Déterminer à l'aide d'un arbre toutes les issues possibles.
2. X est la variable aléatoire comptant le nombre de flèches au centre de la cible.

   a. Quelles sont les valeurs prises par X ?

   b. Déterminer à l'aide l'arbre, le nombre de chemins possibles pour la réalisation de l'événement $X = i$, i variant de 0 à 2.
3. Compléter le tableau suivant

$X = i$	0	1	2
Nombre de chemins			

Activité 2 :

Un dé cubique a quatre noires et deux faces blanches. On lance ce dé trois fois de suite.

1. Déterminer à l'aide d'un arbre toutes les issues possibles.
2. X est la variable aléatoire comptant le nombre de faces noires obtenues.

   a. Quelles sont les valeurs prises par X ?

   b. Déterminer à l'aide l'arbre, le nombre de chemins possibles pour la réalisation de l'événement $X = i$, i variant de 0 à 3.
3. Compléter le tableau suivant.

$X = i$	0	1	2	3
Nombre de chemins				

Activité 3 :

Sur une route, un carrefour est muni d'un feu tricolore. Un automobiliste passe 4 fois par ce carrefour de façon aléatoire et indépendante durant la journée. On note V l'événement : «le feu est vert».Une issue possible au terme de la journée est $V\ \overline{V}\ VV$.

1. Déterminer à l'aide d'un arbre toutes les issues possibles.

2. X est la variable aléatoire comptant le nombre de fois que le feu vert apparait.

   a. Quelles sont les valeurs prises par X ?

   b. Déterminer à l'aide l'arbre, le nombre de chemins possibles pour la réalisation de l'événement $X=i$, i variant de 0 à 4.

3. Compléter le tableau suivant :

$X=i$	0	1	2	3	4
Nombre de chemins					

Synthèse : A l 'aide des tableaux remplis dans chacune des **questions 3.**, compléter les lignes des tentatives 1, 2 , 3 et 4 :

Succès k / Tentatives n	0	1	2	3	4	5	6
0	**1**						
1	**1**	**1**					
2							
3							
4							
5							
6							

1. Expliquez les valeurs déjà placées.
2. Conjecturer les lignes 5 et 6.

Notion :

1. Le tableau construit ci-dessus est appelé **Triangle de Pascal**.

2. Les valeurs du tableau dépendent du nombre de tentative et du nombre de succès voulu. On écrit ce nombre $\begin{pmatrix} n \\ k \end{pmatrix}$, $k\}$ n. k est le nombre de succès et n le nombre de tentatives. On appelle ce nombre $\begin{pmatrix} n \\ k \end{pmatrix}$ le **coefficient binomial appelé aussi : k parmi n**. Ainsi, $\begin{pmatrix} 5 \\ 3 \end{pmatrix}=10$.

Remarque : $\begin{pmatrix} n \\ k \end{pmatrix}$, $k>n$, n'a pas de sens puisqu'il n'est pas possible d'avoir plus de succès que de tentatives !

Séance 3 : Exercice sur la loi binomiale $n\}$ 4 et comptage du nombre de chemins suivant les succès, conjecturer le triangle de Pascal. Création de tableaux à double entrée.

Séance 3 : Démonstration de $\binom{n-1}{p-1}+\binom{n-1}{p}=\binom{n}{p}$ par **disjonction des cas**. Démonstration du triangle de Pascal et généralisation.

Séance 4 : Exercices d'application.

Séance 5 : Exercice de synthèse (30 min); **Synthèse en semi-magistral mais interactive** (30 min)

Algorithmique. Je n'arrive pas à construire un algo qui calcule les coeff binomiaux sans factorielle et simple. Déjà un algo qui calcule $p^k(1-p)^{n-k}$ est assez complexe !

--

Séance connexe : Le triangle de Pascal et les polynômes. Établir une conjecture avec $n < 5$.

Retour sur : - Identités remarquables, le second degré et le développement.

- Lecture de tableaux à double entrée