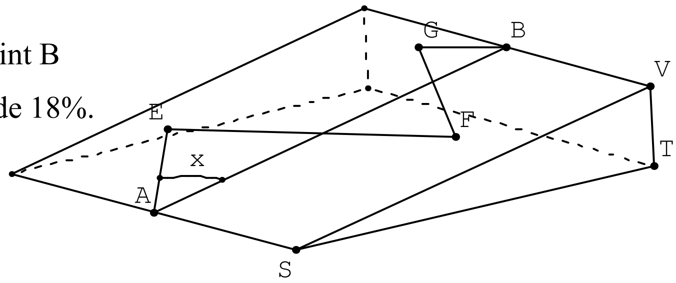
Problèmes en première S

Problème 1 (*angle et distance dans l'espace*) **Géospace**



On souhaite tracer une piste de VTT allant du point A au point B d'un champ dont la pente (considérée comme régulière) est de 18%.

La pente de la piste ne doit pas excéder 10%.

On a matérialisé un chemin possible AEFGB.

On demande quel doit être l'angle x que doit faire la piste avec la ligne de plus grande pente (AB) et quelle sera alors la longueur de la piste par rapport à la distance AB.

Rappel : la pente est de 18% signifie que $\frac{VT}{ST} = 0,18$, ((VT) étant verticale et (ST) étant horizontale).

Une solution :

on admettra que (VT) étant verticale, (VT) est perpendiculaire à toute droite du plan horizontal (AST).

Si le chemin [AV] est une solution, alors $\cos x = \frac{AB}{AV}$, donc on cherche AV.

Avec $h = VT$ et $d = ST$, on a : $AB^2 = d^2 + h^2$. $h = 0,18d$ donc $\boxed{AB^2 = 1,0324d^2}$

D'autre part on souhaite avoir : $\frac{h}{AT} = 0,1$ d'où $AT = \frac{h}{0,1} = 1,8\, d$.

On en déduit que $AV^2 = AT^2 + VT^2 = (1,8d)^2 + d^2 = 3,2724d^2$.

Ainsi, $\cos^2 x = \frac{AB^2}{AV^2} = \frac{1,0324}{3,2724}$ qui donne $x \approx 56°$ et $AV = \frac{AB}{\cos x} = AB \times 1,788$ donc le chemin est environ 80% plus long que la route directe AB.

Problème 2 (*distance minimum, second degré*) **Géogébra.**

Deux navires font des routes perpendiculaires.

Le navire A navigue à 18 nœuds et le navire B navigue à 15 nœuds.

Leurs routes se croiseront au point O.

Le capitaine du navire A constate sur son radar la présence du navire B et les caractéristiques de sa route 1heure avant d'atteindre le point O. Le navire B est alors à 10 miles du point A.

Le capitaine du navire A doit-il ralentir pour respecter la consigne de sécurité qui impose de conserver une distance au moins égale à 3 miles entre deux navires en haute mer ?

On fera démontrer que AB est minimum quand AB^2 est minimum (par exemple en posant $f(t) = AB$ et en dérivant $f(t) \times f(t)$ par la dérivée d'un produit).

En plaçant A et B sur les axes d'un repère, on est conduit à trouver le minimum d'une fonction polynôme du $2^{ème}$ degré.

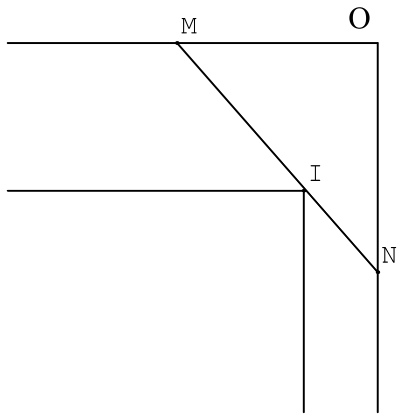
Problème 3 (*probabilités, valeur absolue, équation de droites*) **Algobox**
On place au hasard deux points A et B sur le segment [0 ; 1]. Quelle est la probabilité que la distance soit supérieure à $\frac{1}{2}$?

TP possible :
choisir x_A et x_B au hasard,
marquer en rouge le point de coordonnées $M(x_A ; x_B)$ si $AB < \frac{1}{2}$ en bleu sinon,
recommencer un grand nombre (10000) de fois.
Comment se traduit la condition $AB < \frac{1}{2}$ sur le point M ?
Conclusion ?

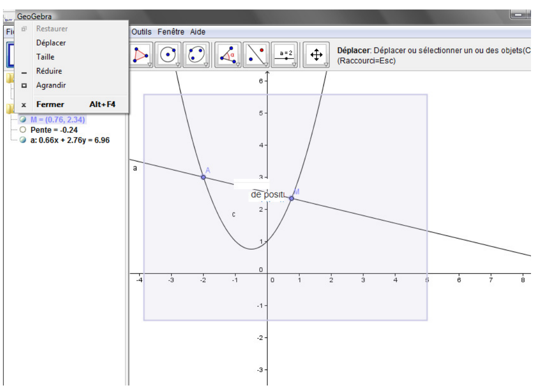
Problème 4 (*Comparaison de deux suites*) **Tableur, Algobox**.
Une suite arithmétique croissante est toujours dépassée par une suite géométrique croissante.
A partir de quel terme ? (avec r = 10 et q = 1,1 par exemple).

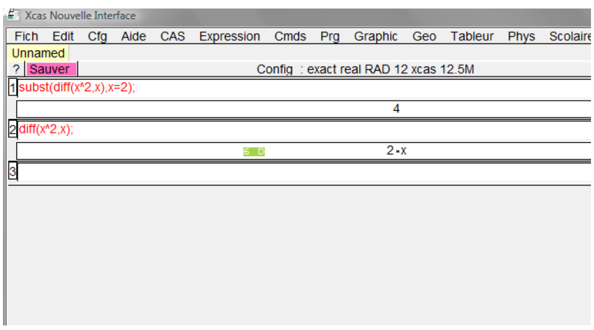
Problème 5 (*Suites*)
Calcul du terme de rang *n* d'une suite définie par récurrence.
Détermination de la limite de $\frac{u_{n+1}}{u_n}$ quand u_n tend vers l'infini (par exemple avec la suite de Fibonacci).

Problème 6 (*Optimisation*)
Le plan ci-contre est celui du couloir de la réserve d'un musée.
La largeur du grand couloir est de 2m et celle du petit est de 1m.
On cherche la longueur MN du plus grand tableau auquel on peut faire prendre le virage du couloir.



Problème 7
Découvrir le nombre dérivé en prenant la limite des sécantes.

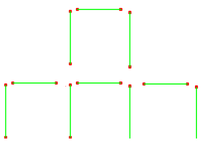




Géogebra, calculatrice, XCas.

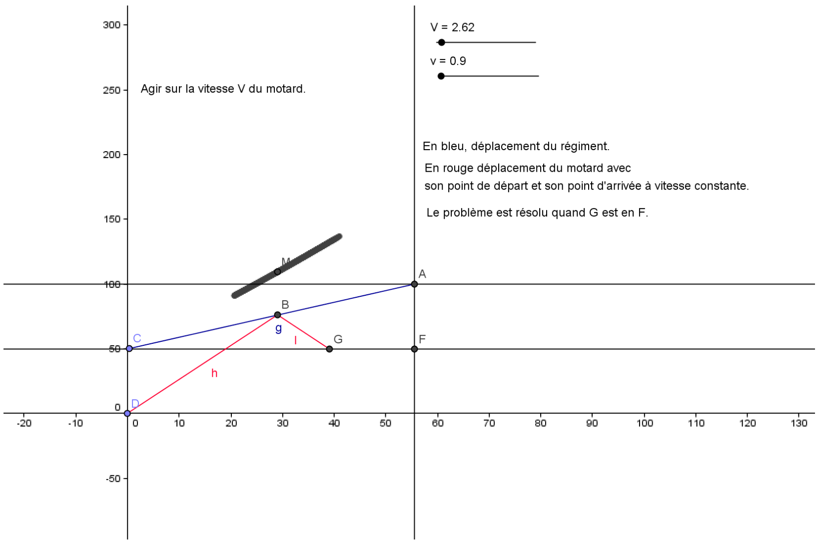
Problème 8 Famille de paraboles.
Voir évoluer le tracer de la représentation graphique de f(x)=ax^2+bx+c quand a, b et c varient.
Geogebra (curseur)
Algobox, sinequanon,

Problème 9 Suites…
Combien d'étages peut-on monter avec 1000 allumettes en suivant le dessin suivant ?



Excel, Algobox, calculatrice
Problème 10 La moto

Un gendarme à moto remonte depuis la queue d'un régiment de 50 km de long jusqu'à la tête du régiment pour porter un message et repart pour l'arrière sitôt la tête atteinte. A son retour, le régiment a effectué 50 km. Quelle distance a parcouru le gendarme motard ?
géogébra



Exercice $1^{ère}$ S.

Pourquoi le produit scalaire ?

Quelques questions qui peuvent se résoudre simplement grâce au produit scalaire…

Ex 1

Dans un repère orthonormé, A(2 ; 6), B(8 ; 1) et C(6 ; 11) forment un triangle qui semble rectangle. L'est-il ?

Ex 2.

Soient dans un repère orthonormé les points A(–2 ; –5), B(6 ; –1) et C(1 ; 4).

Quelle est l'aire de ABC ?

Quelles sont les coordonnées de H pied de la hauteur issue de C ?

Quel est le rayon du cercle circonscrit et quelles sont les coordonnées du centre de son cercle circonscrit ?

Ex 3.

1. Les dimensions d'un champ triangulaire de sommet A, B et C sont (en m) :

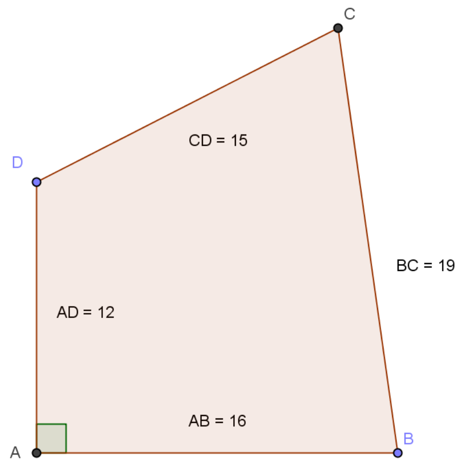
BD = 20, CD = 15 et BC = 19.

Que mesurent ses angles (à 0,1° près) ? Quelle est son aire (à 10 dm² près) ?

2. Les côtés (AB) et (AD) d'un champ représenté ci-contre peuvent être considérés comme perpendiculaires.

Les dimensions sont données : AB = 16, BC = 19, CD = 15 et AD = 12.

Quelle est son aire (à 0,1 m² près) ?



Ex 4.

ABCD est un rectangle, E est le milieu de [AD] et F est le milieu de [CD].

Que peut-on dire des côtés de ABCD si (EF) et (FB) sont perpendiculaires ?

Construire à la règle et au compas un tel rectangle.