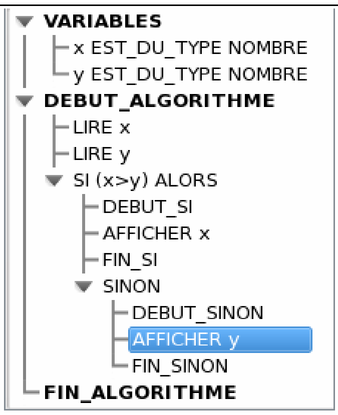
Exemple de diagnostic sur l'algorithmique à l'entrée de la classe de terminale en AP

I. Analyser le fonctionnement ou le but d'un algorithme existant



Le 1[er] utilisateur de cet algorithme a donné la valeur 27 à x et 10 à y.

Que va afficher la machine après l'exécution de l'algorithme ?

……………………………………………………………………………………………………

Explique à quoi sert cet algorithme :

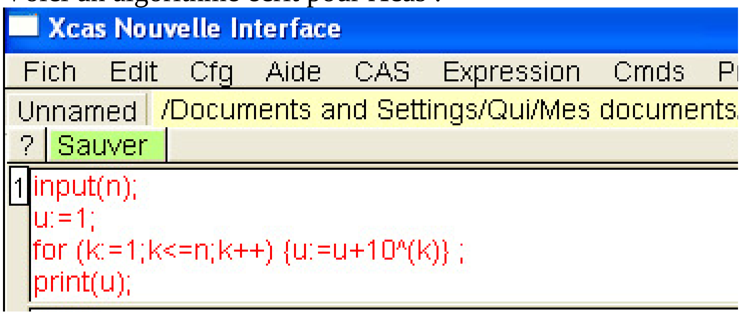
……………………………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………………………

Exemple issu de l'Académie de Montpellier – décembre 2011

II. Modifier un algorithme existant pour obtenir un résultat précis

Voici un algorithme écrit pour Xcas :



Partie 1

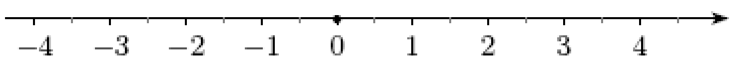
Faire fonctionner cet algorithme pour les 5 premiers entiers naturels non nuls.
Que peut-on lire en sortie de cet algorithme ?
Ecrire cet algorithme en langage naturel.

Partie 2

Modifier l'algorithme précédent pour produire en sortie un nombre de la forme 1212…12 avec n tranches « 12 ».

III. Créer un algorithme en réponse à un problème donné

Une puce se déplace sur un axe gradué.



Elle est située en zéro au départ. Puis elle effectue des sauts de la manière suivante :
Avant d'effectuer un saut, elle tire au hasard un nombre a ∊ [0; 1[:
si a ∊ [0; 0, 5[, elle se déplace d'une unité vers la droite ;
si a ∊ [0, 5; 1[, elle se déplace d'une unité vers la gauche.
Par exemple, en prenant n = 3, à partir de zéro, elle effectue donc 3 sauts et on a :
Elle tire au hasard un nombre et obtient 0.4, alors l'abscisse sera 1.
Elle tire au hasard un nombre et obtient 0.34, alors l'abscisse sera 2.
Elle tire au hasard un nombre et obtient 0.68, alors l'abscisse sera 1.
Donc l'abscisse finale après 3 sauts sera 1.
Question : Ecrire un programme, en langage naturel ou dans le langage de votre calculatrice, qui à partir du nombre de sauts n donné, affiche l'abscisse finale de la puce après les n sauts.

Evaluation diagnostique algorithmique

Exercice 1
Construire un algorithme en langage naturel, puis sur algobox, permettant de déterminer les coordonnées du milieu I d'un segment $[AB]$ connaissant les coordonnées de A et de B dans un repère quelconque.

Exercice 2
Même consigne avec un algorithme affichant le nombre de solutions de l'équation $ax^2 + bx + c = 0$ et leurs valeurs le cas échéant.

Exercice 3
Même consigne avec un algorithme permettant de simuler n lancers d'un dé à 6 faces et de calculer la fréquence d'apparition du 6.

Niveau :	1S
Type d’activité :	Approfondissement / Soutien ; Algorithmique.
Point fort :	Deux versions : soutien et approfondissement. Prolongement du cours.

Accompagnement personnalisé 1ère S
Approfondissement

Coïncidences des dates d’anniversaires.

Objectif : Algorithme et probabilités.

Dans la vie courante certaines coïncidences apparaissent « extraordinaires » comme par exemple que dans une classe, il y ait deux élèves nés le même jour.
Mais, quelle est la probabilité que dans une classe de 35 élèves, il y ait au moins deux élèves qui partagent la même date d’anniversaire ?

Partie 1 : Sur tableur.
Dans l’atelier « AP-Math-Anniversaire », vous pouvez consulter la liste des élèves de 1S du lycée.

1- En consultant la liste des élèves de votre classe, deux élèves ont-ils la même date de naissance ?
2- Pour toutes les classes ?
   a. Trier la liste afin du plus vieux au plus jeune.
   b. Utiliser la fonction =NB.SI(;) pour examiner si deux dates consécutives sont identiques.
   c. Dans chaque classe, combien trouve-t-on d’élèves ayant la même date d’anniversaire ?

Partie 2 : Création d’un algorithme à l’aide d’algobox.

1- Comment simuler la date d’anniversaire d’une personne ?
2- Réaliser un algorithme permettant de simuler les dates d’anniversaires de 35 élèves. Les résultats seront stockés dans une liste.
3- Améliorer votre algorithme afin qu’il détermine si deux dates sont identiques.
4- Améliorer votre algorithme afin qu’il donne une valeur approchée de la probabilité de coïncidence de deux dates d’anniversaires dans une classe de 35 élèves.

Accompagnement personnalisé 1ère S
Soutien

Coïncidences des dates d’anniversaires.

Objectif : Algorithme et probabilités.

Même questionnement.

Dans l’atelier « AP-Math-Anniversaire », vous pouvez consulter la liste des élèves de 1S du lycée.

1- En consultant la liste des élèves de votre classe, deux élèves ont-ils la même date de naissance ?
2- Pour toutes les classes ?
   a. Trier la liste afin du plus vieux au plus jeune.
   b. Utiliser la fonction =NB.SI(;) pour examiner si deux dates consécutives sont identiques.
   c. Dans chaque classe, combien trouve-t-on d’élèves ayant la même date d’anniversaire ?
3- Comment simuler la date d’anniversaire d’une personne ? de 35 personnes ?
4- On se propose d’utiliser la fonction =NB.SI(A1 ;A$1 :A$35) que l’on étire vers le bas. Que compte-t-on ?
5- Le fichier anniv.alg permet de simuler k fois une classe de 35 élèves. La variable C compte dans combien de classes, on observe une coïncidence, au moins, de date d’anniversaire.
   Quelle valeur donner à k pour obtenir une valeur approchée de la probabilité cherchée ?

Coïncidences des dates d'anniversaire - Algobox

Quelle est la probabilité que dans une classe de 30 élèves il y ait au moins deux élèves qui partagent la même date d'anniversaire ?

Algorithme qui tire au hasard les dates d'anniversaire, les mémorise dans une liste et compte s'il y a parmi ces dates au moins deux dates identiques.

```
VARIABLES
  D EST_DU_TYPE LISTE
  i EST_DU_TYPE NOMBRE
  j EST_DU_TYPE NOMBRE
  N EST_DU_TYPE NOMBRE
  C EST_DU_TYPE NOMBRE
DEBUT_ALGORITHME
  C PREND_LA_VALEUR 0
 AFFICHER "Nombre d'élèves ?"
  LIRE N
  POUR i ALLANT_DE 1 A N
    DEBUT_POUR
    D[i] PREND_LA_VALEUR floor(365*random()+1)
    FIN_POUR
  POUR i ALLANT_DE 1 A N
    DEBUT_POUR
    POUR j ALLANT_DE i+1 A N
      DEBUT_POUR
      SI (D[i]==D[j]) ALORS
        DEBUT_SI
        C PREND_LA_VALEUR C+1
        FIN_SI
      FIN_POUR
    FIN_POUR
  AFFICHER "Dans cette classe, il y a  "
  AFFICHER C
  AFFICHER "  coindences d'anniversaire"
FIN_ALGORITHME
```

Algorithme qui tire au hasard les dates d'anniversaire, les mémorise dans une liste et compte s'il y a parmi ces dates au moins deux dates identiques. Effectue cette expérience pour plusieurs classes.

```
VARIABLES
  D EST_DU_TYPE LISTE
  i EST_DU_TYPE NOMBRE
  j EST_DU_TYPE NOMBRE
  N EST_DU_TYPE NOMBRE
  C EST_DU_TYPE NOMBRE
  m EST_DU_TYPE NOMBRE
  compteur EST_DU_TYPE NOMBRE
  k EST_DU_TYPE NOMBRE
DEBUT_ALGORITHME
  compteur PREND_LA_VALEUR 0
  AFFICHER "taille de l'échantillon"
  LIRE m
  AFFICHER "Nombre d'élèves ?"
  LIRE N
```

```
  POUR k ALLANT_DE 1 A m
    DEBUT_POUR
    C PREND_LA_VALEUR 0
    POUR i ALLANT_DE 1 A N
      DEBUT_POUR
      D[i] PREND_LA_VALEUR floor(365*random()+1)
      FIN_POUR
    POUR i ALLANT_DE 1 A N
      DEBUT_POUR
      POUR j ALLANT_DE i+1 A N
        DEBUT_POUR
        SI (D[i]==D[j]) ALORS
          DEBUT_SI
          C PREND_LA_VALEUR C+1
          FIN_SI
        FIN_POUR
      FIN_POUR
    SI (C!=0) ALORS
      DEBUT_SI
      compteur PREND_LA_VALEUR compteur+1
      FIN_SI
    FIN_POUR
  compteur PREND_LA_VALEUR compteur/m
  AFFICHER "Pour cet échantillon de taille  "
  AFFICHER m
  AFFICHER " chaque classe ayant "
  AFFICHER N
  AFFICHER " élèves"
  AFFICHER " l'événement au moins deux personnes ont la même date d'anniversaire a pour fréquence  "
  AFFICHER compteur
FIN_ALGORITHME
```

I. Quelques exemples

BAC S

Exercice 1 :

Les deux questions sont indépendantes.

1° Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation $z^2 = 4i$ en posant $z = x + iy$ ou $z = \rho e^{i\theta}$.

2° Dans le plan complexe muni du repère orthonormal $(0, \vec{u}, \vec{v})$, on considère les points A et B d'affixe respective $z_A = 1 + i$ et $z_B = 2i$.

A tout point M d'affixe z, distinct de A, on associe le nombre complexe $z' = \dfrac{z-2i}{z-(1+i)}$.

a) Déterminer l'ensemble (E) des points M d'affixe z tels que $|z'| = 1$.

b) Déterminer l'ensemble (F) des points M d'affixe z tels que z' est un imaginaire pur.

BAC ES :

Exercice 2 :

La fonction f est définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = 2x + 1 + e^{-x}$.

On nomme C la courbe représentative de la fonction f dans un repère orthonormal $(O; \vec{i}; \vec{j})$.

1) Afficher une représentation partielle de C sur l'écran de votre calculatrice.

2) Soit (d) la droite d'équation $y = 2x + 1$.
Démontrer que (d) est asymptote à la courbe C au voisinage de $+\infty$.

3) On choisit comme unité graphique le centimètre.
Calculer l'aire de la partie du plan limitée par C ; l'axe des abscisses et les droites d'équation $x = 0$ et $x = \ln(2)$. (On donnera un résultat arrondi à 10^{-2} près).

II. Liens

Académie de Montpellier
http://webpeda.ac-montpellier.fr/mathematiques/spip.php?rubrique65

Académie de Lille
http://www5.ac-lille.fr/~math/doc2004-2005/Banque-Oral/index.html

Académie de Créteil
http://maths.ac-creteil.fr/spip/spip.php?rubrique55

Accompagnement personnalisé : préparation à l'écrit du baccalauréat, utilisation de la calculatrice

Exercice 1 : sujet TES sept 2011 métropole

Une entreprise fabrique chaque mois x tonnes d'un certain produit, avec x appartenant à l'intervalle $]0\ ;\ 6]$. Le coût moyen de fabrication, exprimé en milliers d'euros, pour une production mensuelle de x tonnes est donné par $C(x)$, où C est la fonction définie par :

$$C(x) = \frac{0,01\text{e}^x + 2}{x}.$$

A l'aide de la calculatrice :

1. conjecturer en terme de variations l'évolution du coût moyen de fabrication sur l'intervalle $]0;6]$;
2. estimer le minimum du coût moyen de fabrication et la production mensuelle correspondante ;
3. dire s'il est possible d'atteindre un coût moyen de fabrication de 4000 euros. On précisera la méthode utilisée.

Exercice 2 :

Une entreprise fabrique, en grande quantité, des tiges métalliques cylindriques pour l'industrie. Leur longueur et leur diamètre sont exprimés en millimètres.
Une tige de ce type est considérée comme conforme pour la longueur lorsque celle-ci appartient à l'intervalle [99,45 ; 100,55].
On note X la variable aléatoire qui, à chaque tige prélevée au hasard dans la production, associe sa longueur.
On suppose que X suit la loi normale de moyenne 100 et d'écart type $0,25$.

1. Calculer la probabilité qu'une tige prélevée au hasard dans la production soit conforme pour la longueur.
2. Déterminer le nombre réel h positif tel que

$$P(100 - h \leqslant X \leqslant 100 + h) = 0,95.$$

Interpréter le résultat à l'aide d'une phrase.

Exercice 3 : sujet génie electronique juin 2010 métropole

Partie C : position relative de deux courbes

Dans la question 1. on demande de conjecturer des résultats à partir de la calculatrice ; dans la question 2. on demande de prouver ces résultats.
Sur l'écran de la calculatrice, on fera apparaître la courbe $\mathcal{C}$ représentative de la fonction f définie sur l'intervalle $]0\ ;\ 5]$ par :

$$f(x) = 4\ln x + x^2 - 2x + 1 + \frac{4}{x}.$$

ainsi que l'hyperbole Γ d'équation $y = \dfrac{4}{x}$.
Les résultats attendus dans cette question seront obtenus à partir de la lecture d'écran.

1. Faire un schéma reproduisant l'écran obtenu en précisant la fenêtre utilisée.
2. Les courbes $\mathcal{C}$ et Γ semblent avoir un point commun. Donner ses coordonnées.
3. Préciser la position relative de $\mathcal{C}$ par rapport à Γ.

Exercice 4 : TS septembre 2011 métropole

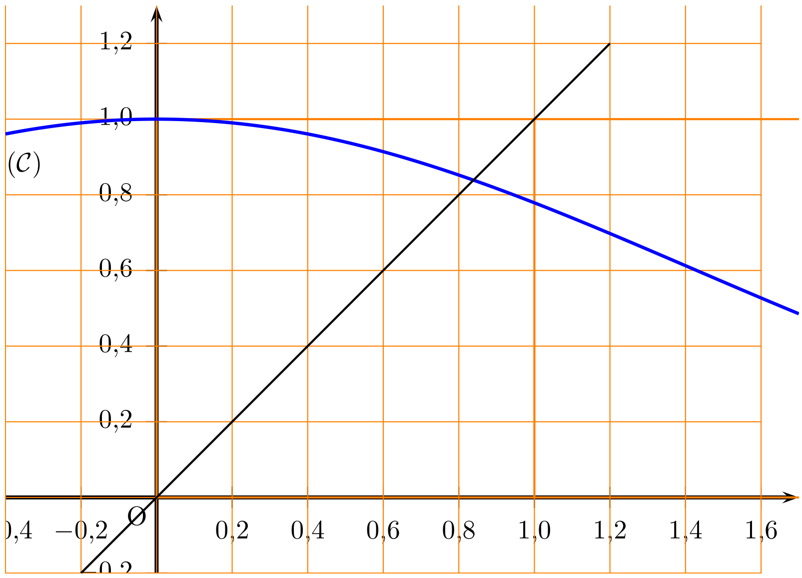
Partie B - Une valeur approchée du réel α défini dans la partie A
Sur le graphique fourni ci-dessous, on a tracé une partie de la courbe représentative $(\mathcal{C})$ de la fonction g définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$g(x) = \mathrm{e}^{-\frac{1}{4}x^2}$$

On définit la suite (u_n) par :

$$\begin{cases} u_0 & = & 0,5 \\ u_{n+1} & = & g(u_n) \quad \text{pour tout } n \in \mathbb{N}. \end{cases}$$

1. Vérifier que α est l'unique solution de l'équation $g(x) = x$.
2. Au moyen de la courbe $(\mathcal{C})$ et de la droite d'équation $y = x$, représenter les termes u_1, u_2 et u_3 de la suite (u_n) sur l'axe des abscisses.
   Quelle conjecture peut-on faire sur la convergence de la suite (u_n) ?
3. On admet que pour tout entier naturel n, $\quad u_{2n} \leqslant \alpha \leqslant u_{2n+1}$.
   En utilisant la calculatrice, déterminer le plus petit entier n pour lequel les trois premières décimales de u_n et u_{n+1} sont identiques.
   En déduire que $0,838$ est une valeur approchée de α à 10^{-3} près.

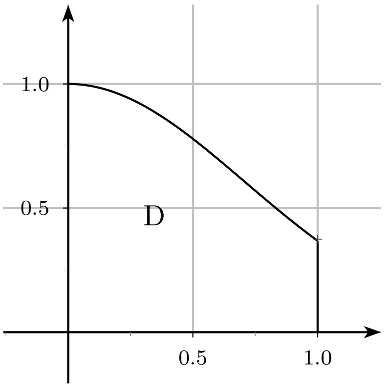


Quelques propositions d'approfondissement, destinées à des activités dans le cadre de l'accompagnement personnalisé, figurent en italique avec la mention AP.

Contenus	**Commentaires**
Suites	Approximation de réels (π, e, nombre d'or, etc.)
Calculs de dérivées : compléments	Exemples de fonctions discontinues, ou à dérivées non continues
Fonction exponentielle	Etude de phénomènes d'évolution
Fonction logarithme népérien	Equations fonctionnelles
Intégration	Calcul du volume d'un solide
Produit scalaire	Perpendiculaire commune à deux droites non coplanaires. Intersection de trois plans.
Notion de loi à densité à partir d'exemples	Méthode de Monte-Carlo
Estimation	Prise de décision lors de la comparaison de deux proportions (par exemple lors d'un essai thérapeutique)

Accompagnement personnalisé : méthode de Monte-Carlo

La méthode de Monte Carlo est une méthode probabiliste permettant le calcul approché d'intégrales quelle que soit leur régularité. C'est son intérêt.
On va chercher à calculer par cette méthode $p = \int_0^1 e^{-x^2}dx$.

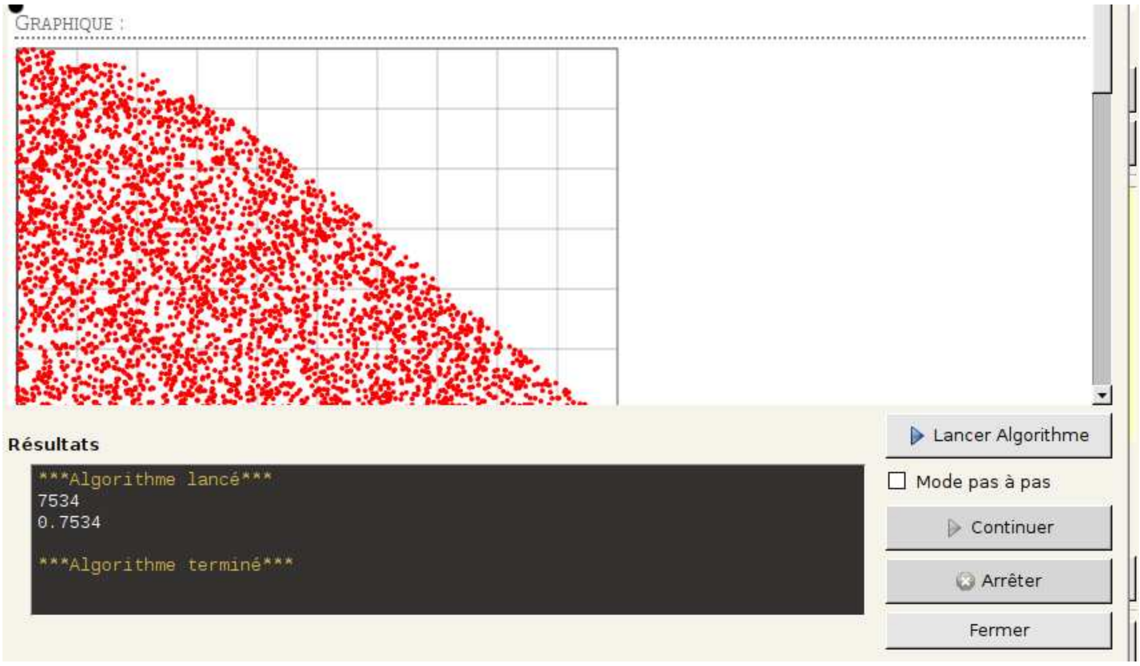


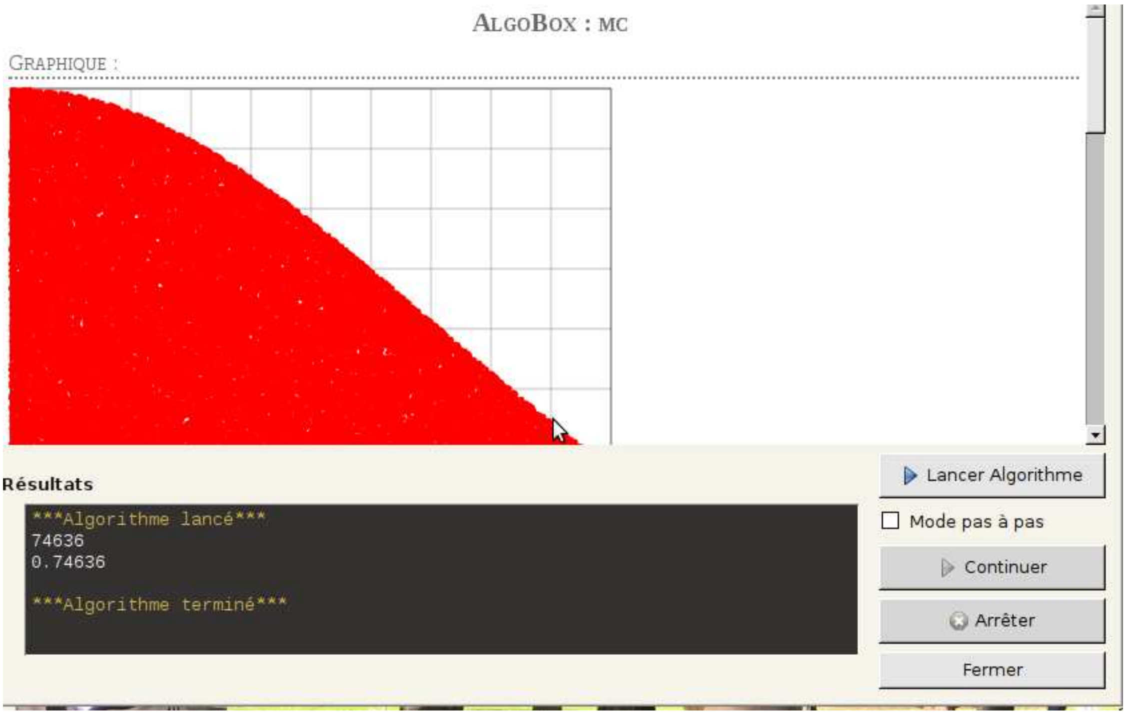
Comme p est l'aire du domaine $D = \{(x, y) \in [0, 1]^2 / y \leq f(x)\}$, avec $f(x) = e^{-x^2}$, une méthode possible est de tirer aléatoirement un grand nombre de points du carré $[0, 1]^2$ et de faire le quotient entre le nombre de points situés dans le domaine D et le nombre total de points.

Voilà l'algorithme programmé sur algobox et ses résultats pour 10000 points et 100000 points. A 200 000 points l'algorithme ne peut s'effectuer.

```
VARIABLES
  N EST_DU_TYPE NOMBRE
  x EST_DU_TYPE NOMBRE
  y EST_DU_TYPE NOMBRE
  i EST_DU_TYPE NOMBRE
  u EST_DU_TYPE NOMBRE
  aire EST_DU_TYPE NOMBRE
DEBUT_ALGORITHME
  LIRE N
  u PREND_LA_VALEUR 0
  POUR i ALLANT_DE 1 A N
    DEBUT_POUR
    x PREND_LA_VALEUR random()
    y PREND_LA_VALEUR random()
    SI (y<F1(x)) ALORS
      DEBUT_SI
      u PREND_LA_VALEUR u+1
      TRACER_POINT (x,y)
      FIN_SI
    FIN_POUR
  AFFICHER u
  aire PREND_LA_VALEUR u/N
  AFFICHER aire
FIN_ALGORITHME

Fonction numérique utilisée : F1(x)=exp(-pow(x,2))
```





La valeur approchée à 10^{-5} est 0,74682.

Voici l'algorithme programmé en python pour $n = 100000$ et $n = 10000000$.

```
IDLE 2.6.6      ==== No Subprocess ====
>>> from random import*
>>> from math import exp
>>> n=100000
>>> s=0
>>> for i in range(n):
        x=random()
        y=random()
        if y<exp(-x*x):
                s=s+1


>>> z=float(s)
>>> print('valeur',z/n)
('valeur', 0.74887999999999999)
>>> 
```

```
from random import *
from math import exp
n=10000000
s=0
for i in range (n):
    x=random()
    y=random()
    if y<exp(-x*x):
        s=s+1
z=float(s)
print('valeur',z/n)



('valeur', 0.74697150000000001)
```