Correction Archimède (mot mystère 2)

Question 1 :

Le poids P de l'ensemble de la flotte mondiale (marchande + militaire) est de :

P = 1 300 + 7 = 1 307 millions de tonnes = 1 307 milliards de kg.

D'après le principe d'Archimède cela représente le poids de liquide déplacé mais aussi sa masse par proportionnalité ($P = Mg$). Si on considère que la densité de l'eau de mer est en moyenne de 1,025 cela correspond à un volume de $\frac{1307\times10^9}{1,025}$ litres soit $\frac{1307\times10^6}{1,025}$ m^3 d'eau de mer.

La surface S d'une sphère de rayon R est donnée par la formule $S = 4\pi r^2$.

La surface ST de la terre est évaluée à $ST = 4\pi \times 6371000^2$ m².

La surface O des océans est évaluée à $O = \frac{71}{100} \times 4\pi \times 6371000^2 \approx 362 \times 10^{12}\ m^2$.

La hauteur h d'eau déplacée s'obtient grâce à l'équation : $h \times O = \frac{1307\times10^6}{1,025}$.

D'où : $h = \frac{1307\times10^6}{1,025\times\frac{71}{100}\times4\pi\times6371000^2} \approx 1,85 \times 10^{-5}\ m \approx 0,0185\ mm.$

Le niveau de la mer baisserait d'environ 0,0185 mm !

Voici le lien qui traite de ce sujet : http://pcsi-unautreregard.over-blog.com/article-29108889.html

Question 2 :

La surface M de la mer méditerranée est de M = $2,5 \times 10^6\ km^2 = 2,5 \times 10^{12}\ m^2$.

La hauteur h d'eau déplacée s'obtient grâce à l'équation : $h \times M = \frac{1307\times10^6}{1,025}$.

D'où : $h = \frac{1307\times10^6}{1,025\times2,5\times10^{12}} \approx 5,1 \times 10^{-4}\ m \approx 0,51\ mm.$

Le niveau de la mer monterait d'environ 0,51 mm !

Question 3 :

« Pour répondre à la question du roi Hiéron, Archimède a donc pu comparer les volumes d'eau déplacés par la couronne et une quantité d'or de poids identique. Si les deux déplacent le même volume d'eau, leurs masses volumiques sont alors égales et on peut en conclure que les deux sont composés du même métal. Pour réaliser l'expérience, on peut imaginer plonger la masse d'or dans un récipient rempli à ras-bord (et muni d'un bec verseur pour mieux observer la chose). Une certaine quantité d'eau débordera alors du récipient (on peut la recueillir pour la mesurer). Ensuite, on retire l'or et on le remplace par la couronne à étudier. Si la couronne est bien totalement en or, alors l'eau ne débordera pas. En revanche, si sa densité est plus faible et donc son volume plus important pour la même masse, de l'eau supplémentaire débordera ». http://fr.wikipedia.org/wiki/Pouss%C3%A9e_d'Archim%C3%A8de

C'est en réalisant cette expérience que le grand Archimède a découvert que la couronne n'était pas faite d'or pur. La légende dit que le savant aurait découvert la solution à 22 ans dans sa baignoire et aurait crié le mot EUREKA dans l'euphorie de sa découverte.

Pour ceux qui veulent aller plus loin :

Soit x la masse en gramme du bloc de plomb. Son volume est $V_P = \frac{x}{11,3}\,cm^3$.

Le volume du bloc de bois est de : $V_B = \frac{300}{0,8} = 375\ cm^3$.

Le volume de l'ensemble est de : $V = V_P + V_B = \frac{x}{11,3} + 375\ cm^3$.

Le volume immergé est donné par : $V_i = \frac{5}{6}V = \frac{5}{6}\left(\frac{x}{11,3} + 375\right)\ cm^3$.

La densité de l'eau étant de 1, la masse d'eau déplacée est égale à $M = V_i$ grammes.

D'après le principe d'Archimède, le poids d'eau déplacé est égal à la poussée d'Archimède c'est-à-dire au poids de l'ensemble (bois + plomb). La masse étant proportionnelle au poids, on a alors à résoudre l'équation : $300 + x = \frac{5}{6}\left(\frac{x}{11,3} + 375\right)$. D'où : $x - \frac{50}{678}x = 312,5 - 300$ donc $\frac{314}{339}x = 12,5$ et $x \approx 13,5\ g$.