Luc PONSONNET - Académie de Nice - TraAM 2013-2014

" UN PANIER A 100 000 EUROS"

Niveau de la classe : première scientifique et éventuellement en seconde

Testée avec une classe de première scientifique sur une séance de 55 min

Compétences du programme d'enseignement des Mathématiques en lien avec cette activité

. Connaître les représentations graphiques des fonctions usuelles.
. Déterminer et utiliser une fonction polynôme du second degré en vue de la résolution d'un problème.
. Mettre en équation et résoudre un système linéaire à trois équations et trois inconnues.

Compétences TICE

. Savoir utiliser un logiciel de calcul formel pour résoudre un système et obtenir l'image d'une valeur.
. Eventuellement : tracer à l'aide d'un tableur un nuage de points $(x; y)$ et obtenir un polynôme d'interpolation du second degré à partir de ce nuage de points.

Descriptif rapide de l'activité

Une vidéo *basket.avi* montre une personne qui lance du milieu du terrain un ballon vers un panier de basket. La fin de la vidéo a été volontairement supprimée. Le but de l'activité est de savoir si le ballon entre ou non dans ce panier une fois lancé. A partir de la vidéo proposée *basket.avi,* le logiciel Avimeca2 générera un fichier tableur de la position du ballon en fonction du temps. Il faudra par la suite conjecturer le fait que la trajectoire semble être celle d'une parabole, puis déterminer son équation à l'aide d'un logiciel de calcul formel. En fin de séquence, les élèves pourront visualiser la vidéo *basket_entiere.avi* complète et savoir si le ballon entre effectivement dans le panier !

Sommaire

1. PRESENTATION DE L'ACTIVITE

Enoncé et consignes donnés aux élèves

1) ENONCE ELEVE

En 2013, lors du All Star Game à Bercy, Thomas Berau a inscrit un panier du milieu du terrain et a empoché 100 000 euros !

Reportage vidéo de France TV info (SEVERINE LARROUY, COLETTE ZAGAROLI - FRANCE 3)

Voici une vidéo *basket.avi* où une personne tente elle aussi d'inscrire un panier du milieu du terrain.

a) Question :

Le panier est-il marqué ? Justifier

b) Données :

- la distance du pied du lanceur au panier est de 8,5 m ;
- la hauteur du panier réglementaire est de 3,05 m.

c) Outils :

Vous pourrez utiliser le logiciel Avimeca2 pour obtenir les tableaux des valeurs de l'abscisse x et de l'ordonnée y en fonction du temps t de la position du ballon dans un repère donné que vous « exporterez » dans un tableur.
Pour cela vous pourrez vous aider de la vidéo suivante qui explique le fonctionnement d'Avimeca :
http://www.spc.ac-aix-marseille.fr/phy_chi/Menu/Logiciels/didacticiels/avimeca.htm

2) CONSIGNES

C1) Vous travaillerez par îlots de 4 à 5 personnes. La phase de recherche débutera par une investigation personnelle.
C2) Un compte rendu **individuel** devra m'être rendu par l'intermédiaire de l'ENT Claroline avec tous les fichiers TICE créés.

2. OBJECTIFS DE CETTE ACTIVITE

Textes de référence

Programme de la classe de seconde :
Faire une analyse critique d'un résultat, d'une démarche.
Pratiquer une lecture active de l'information (critique, traitement), en privilégiant les changements de registre (graphique, numérique, algébrique, géométrique).
Utiliser les outils logiciels (ordinateur ou calculatrice) adaptés à la résolution d'un problème.
Chercher, expérimenter – en particulier à l'aide d'outils logiciels.

Programme de la classe de première S :
Chercher, expérimenter, modéliser, en particulier à l'aide d'outils logiciels.
Raisonner, démontrer, trouver des résultats partiels et les mettre en perspective.

Détails des objectifs de la mise œuvre de l'activité

Mettre les élèves dans une démarche scientifique. Exploiter une vidéo et extraire de celle-ci des données. Favoriser une réflexion personnelle et proche d'une certaine réalité. Utiliser « par nécessité » les outils logiciels (Avimeca2, tableur (éventuellement) et le logiciel de calcul formel Xcas en ligne) pour résoudre chacune des étapes.

3. SCENARIO DE MISE EN ŒUVRE DE CETTE ACTIVITE

Ce qui a été fait avant

Les chapitres sur la géométrie plane et le second degré ont déjà été traités en classe.

Les élèves ont déjà utilisé le logiciel de calcul formel Xcas en ligne. Un didacticiel a été complété au fur et à mesure des besoins par les fonctionnalités de ce logiciel et reste accessible à tout moment sur l'ENT Claroline.

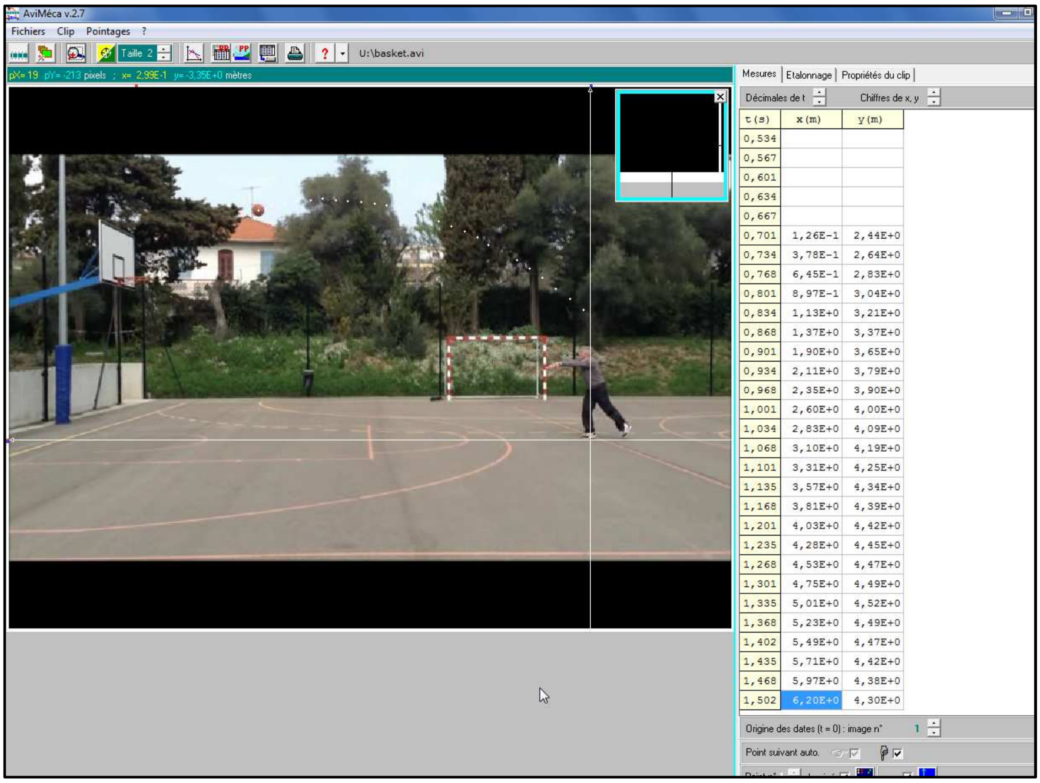
Déroulement de la séquence

Cette activité a été expérimentée en demi-classe d'une première scientifique par îlots de 4 à 5 élèves.

<u>Une séance de 55 min en salle informatique + un compte-rendu individuel à faire à la maison et à rendre au professeur par l'intermédiaire de l'ENT.</u>

<u>Le début de la séance :</u>

Le professeur présente l'activité et sa problématique à la demi-classe. A l'aide du logiciel Avimeca2 et de la vidéo *basket.avi*, il choisit un repère et l'échelle (phase d'étalonnage du logiciel), puis il prend les mesures des positions du ballon en fonction du temps image par image.



Cela génère la feuille de calcul *Pointages Aviméca* suivante qui est mis immédiatement à disposition des élèves grâce au réseau IACA de l'établissement :

	A	B	C
1	Pointages AviMéca		
2	t	x	y
3	s	m	m
4	0,70	0,13	2,44
5	0,73	0,38	2,64
6	0,77	0,65	2,83
7	0,80	0,90	3,04
8	0,83	1,13	3,21
9	0,87	1,37	3,37
10	0,90	1,90	3,65
11	0,93	2,11	3,79
12	0,97	2,35	3,90
13	1,00	2,60	4,00
14	1,03	2,83	4,09
15	1,07	3,10	4,19
16	1,10	3,31	4,25
17	1,14	3,57	4,34
18	1,17	3,81	4,39
19	1,20	4,03	4,42
20	1,24	4,28	4,45
21	1,27	4,53	4,47
22	1,30	4,75	4,49
23	1,34	5,01	4,52
24	1,37	5,23	4,49
25	1,40	5,49	4,47
26	1,44	5,71	4,42
27	1,47	5,97	4,38
28	1,50	6,20	4,30
29			

Remarque importante :

Pour que le logiciel Avimeca2 puisse lire toutes les vidéos d'extension .avi, il faudra impérativement l'installer avec le pack de codecs qui se trouve au lien suivant :
http://slsc-sciencesphysiques.com/documents/Telechargement/sld.codec.pack.2.2.exe

Phase de recherche et de travail par îlot :

Chaque élève démarre son ordinateur puis ouvre le fichier tableur *Pointages Aviméca* sur son écran. La phase de recherche en îlot débute alors. Les élèves émettent très rapidement l'hypothèse que la trajectoire du ballon est celle d'une parabole à laquelle ils associent bien sûr une fonction f d'équation $f(x) = ax^2 + bx + c$. Le lien entre $f(x)$ et y se fait très rapidement tout comme les écritures du type $f(0{,}13) = 2{,}44$.
Un groupe commence à vouloir résoudre sur papier un système pour obtenir les coefficients a, b et c sans y parvenir car il a choisi un système à deux équations au lieu de trois !

Un autre groupe a bien compris qu'il fallait trois équations dans le système mais a choisi les trois premiers points du *Pointages Aviméca* ce qui a débouché sur le « résultat incompréhensible » suivant :

Xcas en ligne. Tapez une instruction dans cette console (assistant avec la bouée).

```
resoudre_systeme_lineaire([a*0.13^2+b*0.13+c=2.44,a*0.38^2+b*0.38+c=2.64,a*0.65^2+b*0.65+c=2.83],[a,b,c])
[-0.185185185186, 0.894444444445, 2.32685185185]
-0.185185185186*8.5^2+0.894444444445*8.5+2.32685185185
-3.45000000006
```

Après réflexion, les élèves de ce groupe se sont aperçus que les trois premiers points étaient trop proches l'un de l'autre et en ont pris d'autres, « les plus éloignés possibles entre eux sur la parabole ».

Les deux autres groupes ont compris seuls qu'il fallait choisir des points du fichier *Pointages Aviméca* « suffisamment représentatifs » de la parabole pour avoir des valeurs a, b et c significatives. Un des groupes a chois le point d'ordonnée la plus grande comme point intermédiaire.

A ce stade de la recherche, les systèmes de trois équations à trois inconnues sont enfin obtenus à partir de 3 points « représentatifs de la parabole » par tous les groupes. Leurs résolutions posent problème à cause de la nature décimale des nombres. Après une discussion sur les logiciels à disposition dans la salle informatique et déjà utilisés en classe, le logiciel Xcas en ligne semble approprié et les élèves ouvrent maintenant le didacticiel qui se trouve sur l'ENT Claroline. Tous les groupes finissent par trouver les valeurs approchées de a, b et c grâce à ce logiciel.

Certains élèves sortent alors leur calculatrice pour calculer une valeur approchée de $f(8{,}5)$ en prenant des valeurs approchées de a, b et c à 10^{-2} près. La précision étant jugée insuffisante, le calcul est réitéré avec Xcas en ligne en conservant toutes les décimales de a, b et c. L'image $f(8{,}5)$ qui vient d'être calculée est jugée proche de 3,05 m donc il est conclu que le ballon doit sûrement entrer dans le panier. Des élèves voulaient résoudre l'équation $f(x) = 3{,}05$ mais ils n'ont pas insisté dans cette voie tant ils ont jugé la démarche plus complexe (que celle de calculer $f(8{,}5)$)…

Aucun élève n'a utilisé le tableur comme outil de travail. Un élève en tout début de séance pensait que l'on pouvait obtenir les valeurs jusqu'à 8,5 m du tableau *Pointages Aviméca* en l'étendant automatiquement !

En fin de séance la vidéo *basket_entière.avi* est vidéo-projetée à l'ensemble de la demi-classe.

<u>Deux comptes-rendus individuels :</u>

<u>Compte-rendu n°1 :</u>

La trajectoire parabolique de la balle est la courbe représentative de la fonction f définie par :
$f(x)=ax^2+bx+c$
ex : $f(0{,}13)=2{,}44$
On doit résoudre ce système :

$$\begin{cases} f(0{,}13)=a*0{,}13^2+b*0{,}13+c=2{,}44 \\ f(3{,}10)=a*3{,}10^2+b*3{,}10+c=4{,}19 \\ f(6{,}20)=a*6{,}20^2+b*6{,}20+c=4{,}30 \end{cases}$$

Pour cela on utilise Xcas en ligne :

```
resoudre_systeme_lineaire([a*0.13^2+b*0.13+c=2.44,a*3.10^2+b*3.10+c=4.19,a*6.20^2+b*6.20+c=4.30],[a,b,c])
                    [-0.0912259832385, 0.883885515086, 2.32663660216]
```

On trouve alors :
$a \approx -0{,}09$
$b \approx 0{,}88$
$c \approx 2{,}33$
Ensuite on remplace les valeurs trouvées, dans $f(x)=ax^2+bx+c$ et on remplace x par 8,5 qui correspond aux 8,5 m entre le pied du tireur et le panier de basket :

```
-0.0912259832385*8.5^2+0.883885515086*8.5+2.32663660216
                    3.24858619141
```

On trouve quasiment les 3,05 m qui correspond à la hauteur du panier, on pourra alors en conclure que le panier sera marqué.

Remarques :

- pour obtenir des résultats plus précis, il aurait été préférable de donner au départ le fichier *Pointages Aviméca* avec des valeurs approchées à 10^{-3} près ce qui était possible...;
- l'écart de 20 cm n'est pas négligeable, donc on ne peut pas affirmer avec certitude comme le font les élèves que le ballon entrera dans le panier même s'il sera indéniablement très proche de celui-ci.

Compte-rendu n°2 :

Xcas en ligne. Tapez une instruction dans cette console (assistant avec la bouée).

resoudre_systeme_lineaire([a*0.13^2+b*0.13+c=2.44,a*3.10^2+b*3.10+c=4.19,a*6.20^2+b*6.20+c=4.30],[a,b,c])

[-0.0912259832385 , 0.883885515086 , 2.32663660216]

D'après la trajectoire du ballon on en déduit que la fonction qui représente le trajet du ballon est une parabole de la forme ax^2+bx+c pour trouver la fonction associée au trajet du ballon on sélectionne 3 points (0.13,2.44) (3.10,4.19) (6.20,4.30) de telle manière à ce qu'ils soient tous les plus éloignés possibles sur la parabole.

On remplace dans la fonction :
a*0,13^2+b*0,13+c=2,44
a*3,10^2+b*3,10+c=4,19
a*6,20^2+b*6,20+c=4,30

Pour résoudre ce système on utilise xcas :
f(8,5)= -0,0912259832385*8,5^2+0,883885515086*8,5+2,32663660216=3,248586191

Il y a un écart d'environ 20 cm entre la hauteur du panier mais on peut supposer que le panier est marqué
Remarque : on pourrait avoir un résultat plus exact si on utilisait les valeurs exactes des 3 points

Ce qui a été fait après

La séance d'après, le fichier tableur *Pointages Aviméca* a été de nouveau exploité cette fois-ci à l'aide du tableur pour :

- tracer le nuage de points ($x; y$) ;
- déterminer un polynôme f d'interpolation du second degré associé à ce nuage de points (« courbe de tendance ») (le tableur Excel donne comme résultat $f(x) = -0{,}0909x^2 + 0{,}889x + 2{,}3135$) ;
- calculer $f(8{,}5)$ ($f(8{,}5) \simeq 3{,}3\ m$).

Nous sommes aussi revenus sur une démarche qui n'avait pas aboutie lors de la séance précédente car jugée plus complexe... Grâce à Xcas en ligne, on montre facilement que l'équation $f(x) = 3{,}05$ a pour solutions : $x \simeq 0{,}9\ m$ et $x \simeq 8{,}8\ m$.

Nous avons alors comparé les résultats obtenus par les différentes démarches et avons convenu qu'il était finalement assez difficile d'affirmer quoi que ce soit sur la réussite ou non du panier.

Les mêmes groupes d'élèves ont poursuivi leur travail en réfléchissant à une nouvelle question ouverte : « Quelle est la vitesse du ballon au sommet de la parabole ? » Les représentations graphiques de x en fonction de t et de y en fonction de t ont été tracées à l'aide du tableur. En considérant par exemple le premier et le dernier point de la feuille de calcul *Pointages Aviméca*, on trouve que : $x(t) = 7{,}5875t - 5{,}18125$ et donc que la vitesse instantanée du ballon au sommet de la parabole est égale à $x'(t) \simeq 7{,}6\ m/s$ car sa composante verticale est nulle. On peut aussi atteindre une valeur approchée de cette vitesse instantanée au sommet par $V_x = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{5{,}01-4{,}75}{1{,}34-1{,}30} \simeq 6{,}5\ m/s$.

Un compte-rendu individuel de cette séance est demandé aux élèves comme devoir maison.

4. LA PLACE DES OUTILS NUMERIQUES AU COURS DE CETTE ACTIVITE

Quels outils sont utilisés ? Pour quels apports ?

Le logiciel Avimeca2 est utilisé par les collègues physiciens mais le fichier obtenu est exploité directement par un autre logiciel appelé Regressi. Autrement dit l'exploitation mathématique du fichier tableur n'est pas faite. Le logiciel Xcas en ligne est facile d'emploi est très bien adapté pour le secondaire. Le nombre de fonctionnalités a été réduit par rapport à la version Xcas classique. Son interface est très sobre et facile à utiliser.

Les élèves ont transmis leur compte-rendu individuel pour correction grâce à l'ENT Claroline. Les didacticiels des différents logiciels utilisés sont accessibles à tout moment aux élèves sur l'ENT.

Quelles innovations sont dégagées de cette activité ?

L'intérêt de cette activité est de partir de l'observation d'une vidéo de la « vie courante » et d'en extraire des tableaux de valeurs. La situation proposée par cette activité est riche et aux multiples approches aussi bien théoriques que logicielles. E En particulier, le logiciel de calcul formel Xcas en ligne libère les élèves de calculs longs et fastidieux. Ils peuvent alors focaliser leurs réflexions sur la démarche même (choix des points, problèmes d'approximation,…). La vidéo *basket_entiere.avi* complète pourra être observée en fin de séance par l'ensemble de la classe.