Rédaction possible pour « Géométrie de l'à-peu-près »

Mesures d'angles à peu près

1. *a.* Un triangle rectangle en A possède un angle de 90°, donc de mesure appartenant à [75°, 105°]. Il est donc *à peu près rectangle*. Un triangle isocèle de sommet principal A possède deux angles de même mesure, donc dont les mesures diffèrent de moins de 15°. Il est donc *à peu près isocèle*.

b. Si un triangle ne peut avoir deux angles droits, il peut avoir deux angles de mesure appartenant à [75°, 105°] (exemple : 95, 75, 10)

Si tous ses angles sont de plus aigus, les mesures de deux de ses angles sont comprises entre 75° et 90° et donc diffèrent de moins de 15°. Dans ce cas, il est *à peu près isocèle.*

2. Le plus grand des angles d'un triangle acutangle non *à peu près rectangle* mesure strictement moins de 75°, l'angle « moyen » strictement moins de 60° (pour éviter qu'il soit *à peu près isocèle*) et le plus petit strictement moins de 45° (pour la même raison). Cela fait une somme strictement inférieure à 180°. La réponse est donc non.

3. Ci-contre, un programme qui fait ce travail.

Entrer les mesures de A, B et C
Si |A – B| <= 15
  Imprimer « Triangle *à peu près isocèle* en C »
Sinon si |A – C|<=15
  Imprimer « Triangle *à peu près isocèle* en B »
Sinon si |B – C|<=15
  Imprimer « Triangle *à peu près isocèle* en A »
Sinon
  Imprimer « Triangle non *à peu près isocèle* »

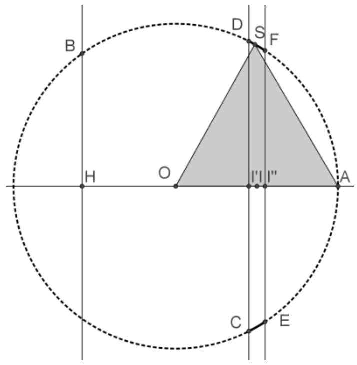
Mesures de longueurs à peu près

4. *a.* Considérons un triangle rectangle d'hypoténuse 1. Les longueurs a et b des côtés de l'angle droit vérifient $a^2+b^2=1$, et le plus petit des deux, mettons a , vérifie $2a^2\leq 1$. Donc $a<0{,}8$. Le triangle ne peut donc être *à peu près équilatéral.*

b. Si les mesures des trois côtés d'un triangle sont inférieures à 0,1, il est *à peu près équilatéral…* et il peut être rectangle si l'égalité de Pythagore est vérifiée. C'est le cas par exemple avec des côtés de longueurs 0,05, 0,04 et 0,03.

5. *a.* Les points *à peu près égaux* à I et situés sur la droite (OA) sont les points du segment [I'I''], de milieu I et de longueur 0,2. Les points du cercle correspondant sont situés sur deux arcs déterminés sur le cercle par les droites perpendiculaires à (OA) passant par I' et I''. Ces arcs sont les arcs DF et CE du cercle. L'angle $\widehat{\mathrm{AOF}}$ est déterminé par son cosinus $\frac{1{,}1}{2}$ et l'angle $\widehat{\mathrm{AOD}}$ par son cosinus $\frac{0{,}9}{2}$.

Les mesures de ces angles sont donc, en degrés décimaux, arrondis au dix-millième, 56,633 et 63,2563. Leur différence est 6,6233. Il y a deux arcs qui composent cet ensemble, sa longueur est donc $2\times\frac{2\times 6{,}6233\times\pi}{180}\cong 0{,}46$, valeur arrondie au centième.

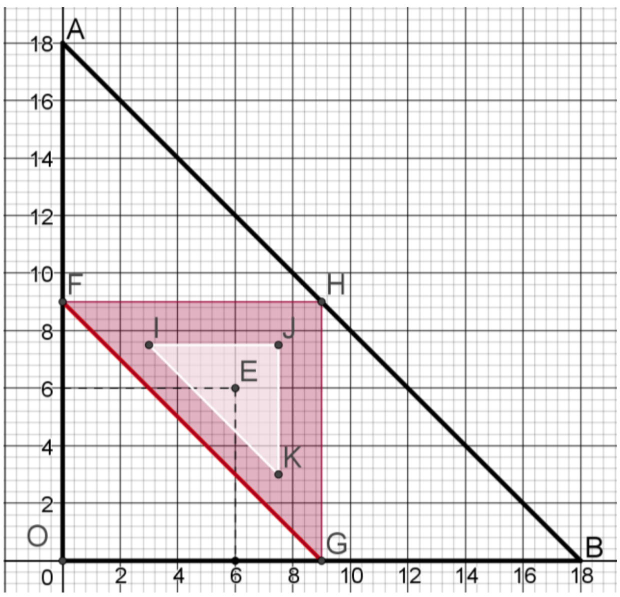


b. Les côtés [AO] et [OD] du triangle AOD ont la même longueur, 2. La longueur FI'' est donnée par le théorème de Pythagore : $\mathrm{FI''}^2=4-1{,}1^2$. Dans le triangle rectangle AFI'', on a donc $\mathrm{AF}^2=0{,}9^2+4-1{,}1^2=3{,}6$ et donc $\mathrm{AF}<1{,}9$.

Le triangle OFA n'est pas *à peu près équilatéral.*

(La figure ci-contre n'est pas exacte, mais l'échelle est respectée)

Une statistique sur la population des triangles



6. *a.* Le domaine $\mathcal{T}$ est l'intérieur du triangle ABO.

b. Le point E a pour coordonnées 6 et 6.

c. Les triangles rectangles sont représentés par les côtés du triangle FHG privé de leurs extrémités.

7. *a.* Les triangles acutangles sont représentés par l'intérieur du triangle FGH.

b. Le triangle FGH a pour aire le quart de l'aire de $\mathcal{T}$. La proportion des triangles acutangles dans l'ensemble des triangles serait un quart (selon ce critère, attention aux paradoxes, on travaille sur l'infini).

8. Pour représenter les triangles *à peu près rectangles*, on prélève dans l'ensemble des triangles acutangles ceux dont tous les angles ont une mesure inférieure à 75°, représentés par l'intérieur du triangle IJK. Les côtés de ce triangle (rectangle isocèle) ont pour longueur la moitié de ceux de FGH. Son aire est donc le quart de celle de FGH. Il reste trois quarts d'un quart, donc trois seizième pour les triangles acutangles *à peu près rectangles* dans l'ensemble des triangles.