Obstacles - Corrigé

Un obstacle en forme de triangle isocèle

1) La longueur de ce chemin est DA+AB+BF. Les triangles AEB et BEF sont des triangles rectangles dont les côtés adjacents à l'angle droit sont de une unité. Par le théorème de Pythagore, on en déduite que AB=BF= $\sqrt{2}$ unité. De plus, d'après l'énoncé on a DA= 1 unité, donc ce chemin est de longueur $1+2\sqrt{2}$.

2) La longueur de ce chemin est DB+BF. On sait déjà que BF=$\sqrt{2}$, et le triangle DEB est rectangle en E, avec DE=2 unités. Par le théorème de Pythagore, DB=$\sqrt{5}$. Ce chemin est donc de longueur $\sqrt{2}+\sqrt{5}$.
3) On verifie, soit par calculatrice soit par l'inégalité triangulaire, que DB< DA+AB. Le chemin le plus court est donc le deuxième.

Un obstacle rectangulaire

1) Le chemin le plus court consiste à faire DB, puis BC puis CF.

2) Les triangles DAB et CEF sont rectangles respectivement en A et en E. De plus, ils ont un côté adjacent de longueur 1 unité, et un de longueur x unités. Par le théorème de Pythagore, on a DB=CF=$\sqrt{(1+x^2)}$.

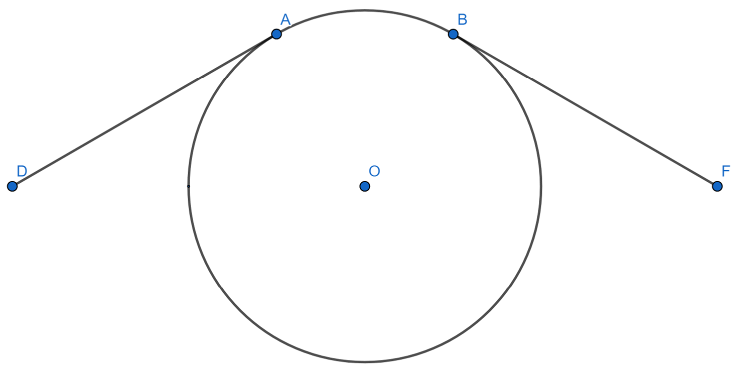
De plus, BC=1 unité, et donc le chemin est de longueur $1+2\sqrt{(1+x^2)}$.

Un obstacle hybride.

Si on passe par au dessus, celà revient à l'obstacle rectangulaire, et il s'agit donc d'un chemin de longueur $1+2\sqrt{(1+x^2)}$. Si on passe par en dessous, celà revient à l'obstacle en forme de triangle isocèle, et donc la longueur du chemin est $\sqrt{2}+\sqrt{5}$. Passer par au dessus est donc plus court si et seulement si $1+2\sqrt{(1+x^2)} < \sqrt{2}+\sqrt{5}$.

Celà revient à $x < \sqrt{((\sqrt{2}+\sqrt{5}-1)^2/4-1)}$, qui est environ égal à 0.87 unités.

Contourner un cercle



1)

2) Le triangle DAO est reclangle en A, par le théorème de Pythagore, on a donc OA = $\sqrt{5}$ unités. De même, DF = $\sqrt{5}$ unités. De plus, cos(DOA) = 1/2, et donc DOA = 60°. On en déduit que AOB = 180° - DOA - BOF, et de même, BOF = 60°. Donc AOB = 60°. On en déduit que l'arc de cercle AB est un sixième de la cironférence du cercle, c'est à dire de longueur $\pi/3$. Ce chemin est donc de longueur $\pi/3+2\sqrt{5}$