Exercice académique numéro 2 (à traiter par les candidats de la série S)

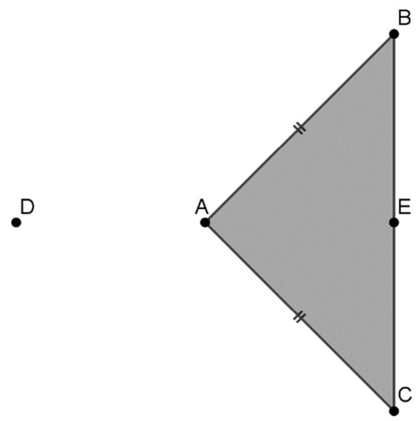
Obstacles

On cherche à aller du point D (le départ) au point F (la fin) en évitant l'intérieur d'un obstacle et en effectuant le chemin le plus court possible. La partie D est indépendante des parties A, B et C.

Partie A : Un obstacle en forme de triangle isocèle

Les distances AD, AE, BE, CE et EF sont d'une unité. Les points D, A, E et F sont alignés.

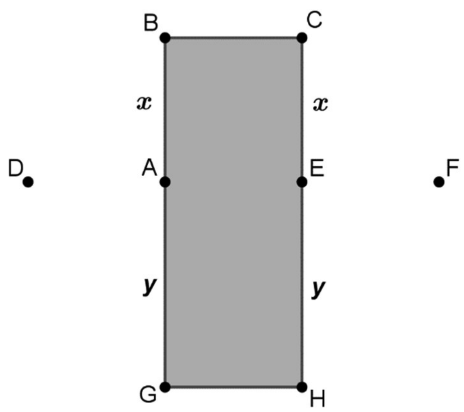
Le triangle ABC est isocèle en A. On ne peut pas passer à l'intérieur de ce triangle.



1. On propose le chemin suivant : on part de D, on va en A en ligne droite, puis en B, puis en F.
   Calculer la longueur de ce chemin.
2. On propose un chemin alternatif : on part de D, on va en B en ligne droite, puis en F.
   Calculer la longueur de ce chemin.
3. Lequel de ces deux chemins est le plus court ?

Partie B : Un obstacle rectangulaire

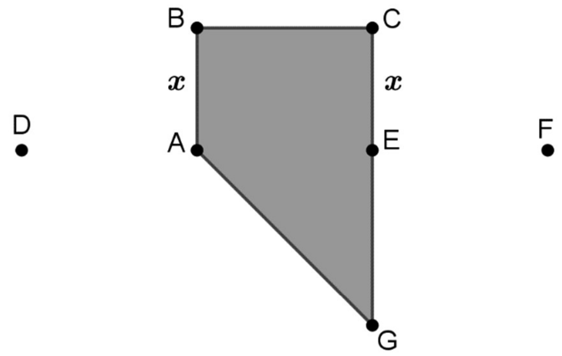
Dans cet exemple, les distances DA, AE et EF sont d'une unité. Les points D, A, E et F sont alignés, et $BCHG$ forme un rectangle. Les distances AB et EC sont de x unités, où x est un nombre positif, tandis que les distances AG et EH sont de y unités, où y est un nombre positif, avec $x < y$. On ne peut passer à l'intérieur du rectangle.



1. Dessiner sur l'***annexe 1*** le chemin le plus court reliant D à F. Expliquer la démarche.
2. Donner sa longueur en fonction de x.

Partie C : Un obstacle hybride

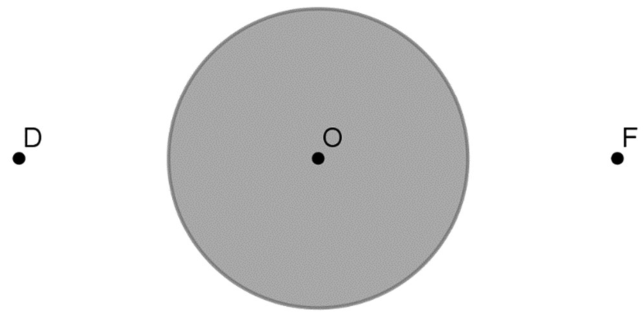
On mélange maintenant les deux obstacles précédents. Les distances DA, AE, EG, BC et EF sont d'une unité. Les distances AB et CE sont de x unités, où x est un nombre positif. Les points D, A, E et F sont alignés, et $BCEA$ forme un rectangle.



Déterminer les valeurs de x pour lesquelles il est plus court de partir de D, d'aller en G puis en F, que de partir de D, d'aller en B, en C puis en F. *On pourra utiliser les deux parties précédentes.*

Partie D : Contourner un cercle

Ici, le cercle est centré en O et de rayon mesurant une unité. Les distances DO et OF sont de 2 unités.
Les points D, O et F sont alignés.



On admet que le chemin le plus court pour aller de D à F en évitant l'intérieur du disque est de partir de D, d'aller au point du cercle dont la tangente au cercle passe par D, de suivre ensuite le bord du cercle jusqu'au point du cercle dont la tangente au cercle passe par F, et finalement de rejoindre F, en ligne droite.

1. Dessiner sur l'***annexe 2*** le chemin le plus court reliant D à F.
2. Calculer sa longueur.