

Nombres premiers, nombres carrés

Marlène ESTEVE
Professeure de mathématiques
Collège Django Reinhardt
Toulon (Var)

Résumé

Ces activités sur les nombres entiers naturels contribuent, entre autres, à l'acquisition des notions de « nombre premier » et de « nombre carré » à partir de la décomposition multiplicative des nombres en produit de deux facteurs. Ces savoirs se construisent avec le triptyque « Manipuler, Verbaliser, Abstraire ». Des activités sont proposées pour les cycles 3 et 4. Ces activités peuvent être conduites dans une classe virtuelle.

Objectifs

Les objectifs sont multiples mais nous nous focaliserons sur l'émergence des notions de nombres premiers et de nombres carrés avec des prolongements qui permettront, grâce à la construction de ces automatismes, d'en construire d'autres, conduisant à la décomposition d'un nombre en produit de facteurs premiers.

Les autres objectifs tels que les fractions, la proportionnalité et le sens des opérations feront l'objet d'autres articles.

Cette même activité peut être conduite en DNL (discipline non linguistique).

Dispositif

Durant chaque séance, à un moment opportun du déroulé, les élèves accomplissent une tâche du type « activité mentale ». Cette activité est prolongée en autonomie, sous forme d'exercices ou de problèmes dans un espace de dépôt en ligne (Pronote, Moodle...) ou encore sous forme de QCM Pronote ([lien vers l'article Pronote](#)) ou Kahoot dans la version « Assign » ([lien vers l'article Kahoot](#)).

Dans le cas des « nombres premiers » et des « nombres carrés », une trace écrite de cette activité peut être ajoutée soit dans le cahier de leçon dans la rubrique « types de nombres » s'il s'agit d'une notion suffisamment fréquentée pour que les élèves puissent s'en saisir, soit dans le cahier d'exercices pour la découverte et l'entraînement. Même lorsque les élèves ont compris, il est important de revenir de manière régulière sur ces notions, tout au long de la scolarité et de construire les prolongements, de nouveaux automatismes sur des fondations solides.

Prérequis

Tout entier naturel non nul peut se décomposer sous la forme d'au moins un produit de deux facteurs. Par conséquent, tout nombre entier est « rectangulaire » : il peut être représenté par un rectangle dont les dimensions sont deux diviseurs de ce nombre et l'aire est ce nombre. Ces prérequis s'acquièrent en amont. Une proposition d'automatismes permettant de s'en saisir se trouve dans l'article intitulé « Nombres rectangulaires ».

Matériel utilisé

Ardoises (faciles à fabriquer s'il n'y en a pas avec des chemises transparentes et plusieurs feuilles blanches pour la rigidité), jetons, cubes emboîtables, réglettes type « Cuisenaire ».



Dans le cas de cours à distance, le matériel peut être aisément remplacé par des objets à disposition des élèves (pièces de monnaie, carreaux de feuilles de classeur découpés...).

Progression

La progression est spiralee et les supports proposés se répètent tout au long de l'année et du cycle. Le recours au matériel de manipulation n'est pas propre à un niveau mais à un besoin des élèves. Il est toujours à disposition mais ce n'est pas une obligation de l'utiliser à chaque fois. Lorsque l'on est en classe, les élèves travaillent en îlots pour la partie recherche et construction du savoir. Pour des cours à distance, les groupes peuvent se constituer via la classe virtuelle. Toutefois, un travail individuel, en autonomie, est envisageable.

Suivant le type d'évaluation visée (diagnostique, formative, sommative, lorsque nous ne sommes pas en confinement, et aussi critériée pour pouvoir aborder d'autres notions), les élèves sont évalués en groupe et/ou individuellement. Il est possible de réaliser des évaluations de groupe à l'aide de questionnaires « Kahoot » par exemple.

Activité 1 : reconnaissance des types de nombres : « premiers ou carrés ou ni l'un ni l'autre » aux cycles 3 et 4

Jetons, cubes et réglettes sont sur la table. Des nombres entiers sont donnés. Les élèves prennent les nombres correspondant de jetons ou cubes et doivent trouver tous les rectangles que l'on peut créer en utilisant tous les jetons ou cubes.

Ils les classent par catégories : une des représentations est en carré possible, une unique représentation en rectangle non carré et ni l'un ni l'autre.

Exemple

	3	12	36	1	13
Une des représentations est un carré			✓	✓	
Une unique représentation en rectangle non carré	✓				✓
Ni l'un ni l'autre		✓			

Proposition de trace écrite dans le cahier d'exercices

Chaque élève doit représenter dans son cahier d'exercices toutes les tentatives, fructueuses ou infructueuses. Une liste exhaustive est au tableau et les élèves sont invités à compléter leurs productions.

Très peu d'entre eux pensent à décomposer en un rectangle de largeur 1.

Exemple

Le nombre 14 avec des jetons



Le tableau récapitulatif permet de définir les notions de nombre premier et de nombre rectangle et de mettre en évidence qu'un nombre carré ne peut pas être premier.

Activité 2 : reconnaissance des types de nombres : « premiers ou carrés ou ni l'un ni l'autre » aux cycles 3 et 4

Sous forme de diaporama

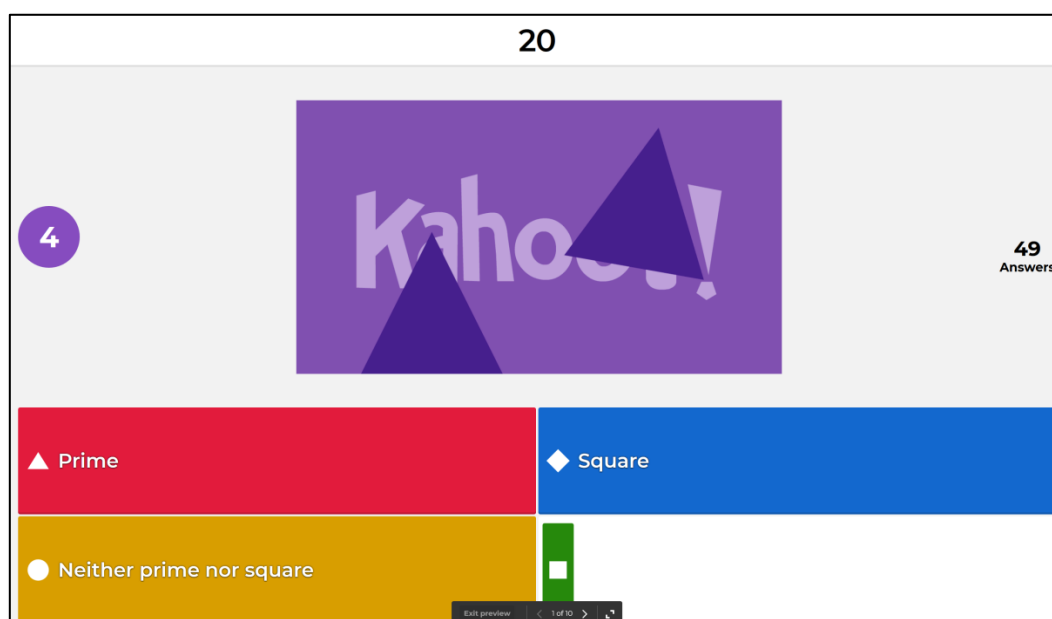
Les diaporamas en classe étant en temps limité, ils font appel aux connaissances ou aux images mentales mémorisées. Ce dispositif sert d'évaluation des connaissances au service de la différenciation ou encore sommative ou critériée pour l'introduction de notions en dépendant.

Sous forme de QCM

Les QCM Pronote ou Kahoot permettent quant à eux d'entretenir et de fixer les connaissances. Dans ce cas, le recours au matériel est à la discrétion des élèves. Ils peuvent faire le choix de s'en passer.

Un exemple de question extraite d'un questionnaire Kahoot, dans le cadre de la DNL : « Type of numbers ».

For each question, tell if a number is prime, square or neither prime nor square.
(Pour chacune des questions, dire si le nombre est premier, carré ou ni l'un ni l'autre.)



Lien Kahoot, valable jusqu'au 10 mai 2020, depuis un smartphone avec l'application gratuite : **09066965**.

Activité 3 : décomposer un nombre en produits de facteurs premiers au cycle 4

Sous forme de produits

Décomposer un nombre en produit de nombres premiers.

On donne un nombre et on commence par un premier produit et tant que chacun des facteurs n'est pas premier, on continue à le décomposer.

Exemple pour 24

$$24 = 2 \times 12 = 2 \times 3 \times 4 = 2 \times 2 \times 2 \times 3 = 2^3 \times 3$$

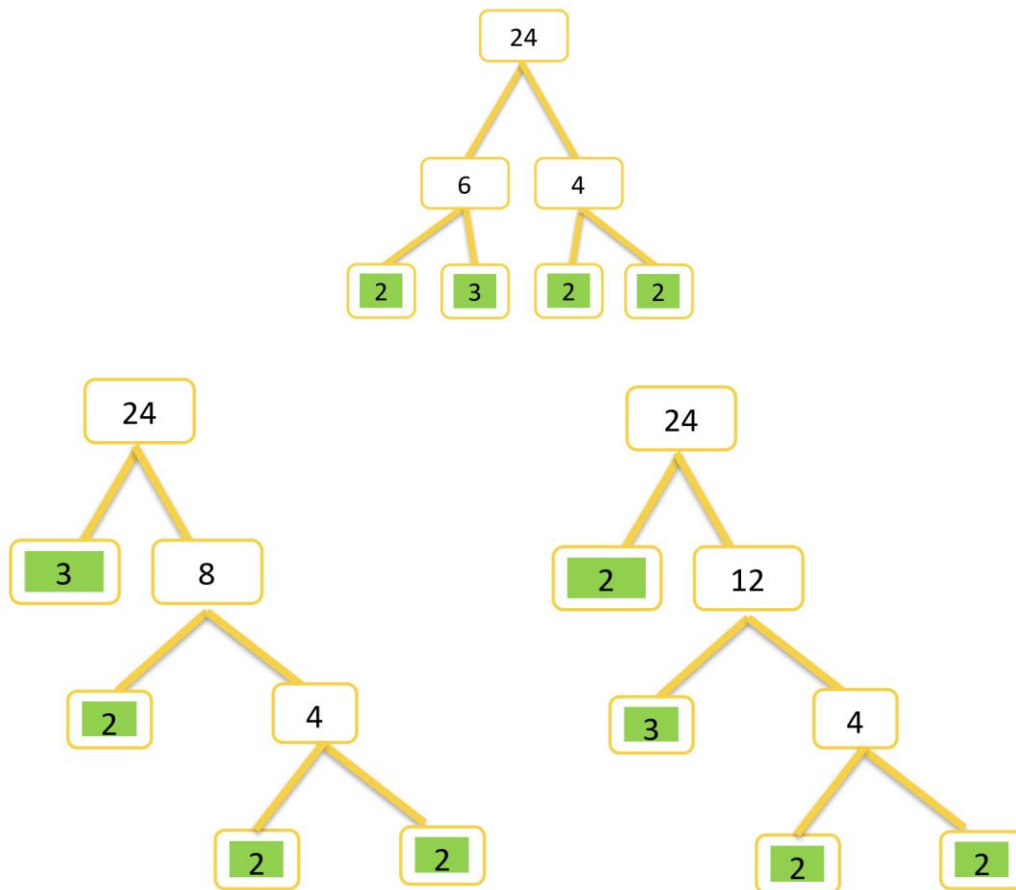
Cette dernière écriture est à introduire au bon moment.

Sous forme d'arbre

Décomposer un nombre en produit de facteurs premiers en utilisant un arbre.

Exemple pour 24

On montre l'unicité de sa décomposition en produit de nombres premiers.



Activité 4 : reconnaître un nombre premier au cycle 4

On donne des nombres et les élèves, par la méthode de leur choix, y compris celle qui encadre en nombre entier entre deux nombres carrés, doivent déterminer s'ils sont premiers ou non.

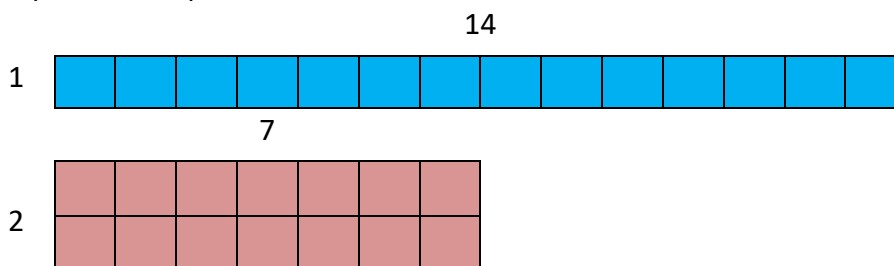
Proposition de trace écrite évolutive au fil du temps dans le cahier de leçons

Types de nombres

Propriété

Chaque nombre entier naturel non nul peut être représenté par au moins un rectangle dont les dimensions sont deux diviseurs de ce nombre et dont l'aire est ce nombre.

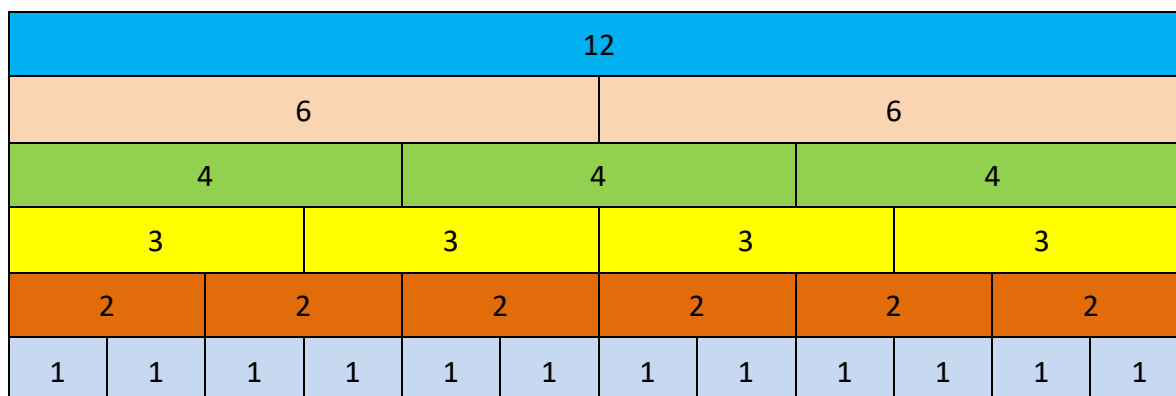
Le nombre 14 peut être représenté de deux manières différentes car $14 = 1 \times 14 = 2 \times 7$.



Remarque

Il est intéressant de récapituler toutes les représentations en rectangle dans un modèle en barres. Ceci contribuera à la construction des nombres et au sens des opérations.

Exemple pour 12



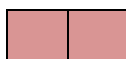
Propriété

Tout entier peut se décomposer sous la forme d'au moins un produit de deux facteurs.

Il y a des cas particuliers :

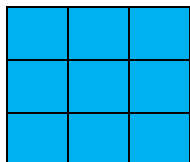
- quand on peut les représenter par un seul rectangle dont une des dimensions est 1 et l'autre n'est pas 1 (un rectangle non carré) : Ce sont les « **nombres premiers** ».

Par exemple le nombre 2 :



- quand on peut aussi les représenter avec un carré : ce sont des « **carrés parfaits** ».

Par exemple le nombre 9 :



Le nombre 1 est un nombre carré mais pas premier car les deux dimensions sont 1 :



Remarque

Aucun nombre ne peut être à la fois premier et carré.

Tableau

Tableau des nombres de 1 à 100 à compléter au fur et à mesure que les nombres sont fréquentés.

Les nombres carrés sont en jaune et les nombres premiers en vert.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

Liste des nombres premiers inférieurs à 100

2 ; 3 ; 5 ; 7 ; 11 ; 13 ; 17 ; 19 ; 23 ; 29 ; 31 ; 37 ; 41 ; 43 ; 47 ; 53 ; 59 ; 61 ; 67 ; 71 ; 73 ; 79 ; 83 ; 89 et 97.

Liste des nombres carrés à connaître

$1^2 = 1$	$2^2 = 4$	$3^2 = 9$	$4^2 = 16$	$5^2 = 25$
$6^2 = 36$	$7^2 = 49$	$8^2 = 64$	$9^2 = 81$	$10^2 = 100$
$11^2 = 121$	$12^2 = 144$	$13^2 = 169$	$14^2 = 196$	$15^2 = 225$
$25^2 = 625$	$100^2 = 10\,000$		$1\,000^2 = 1\,000\,000$	

100^2 et $1\,000^2$ sont importants notamment pour les conversions d'aires.

Prolongement

- Déterminer, en encadrant un nombre entre deux nombres carrés, s'il est premier ou pas.
- Décomposer un nombre en produit de facteurs premiers.