

*Avril 2020*

MATEUS Audrey

Professeur de mathématiques

Lycée Alexis de Tocqueville – 06130 Grasse

Outils : des calculs et de bons ingrédients !

Nature : récréations mathématiques

Objectifs pédagogiques :

Réinvestir de façon ludique diverses notions travaillées en terminale S

Voie : générale

Niveau de classe : terminale S

Thématique(s) du programme :

- Probabilité et espérance d'une loi uniforme et d'une loi exponentielle
- Résolution d'une équation du second degré dans le corps des nombres complexes
- Calcul d'une intégrale d'une fonction continue
- Etude d'une suite à l'aide d'une suite auxiliaire géométrique
- Equation paramétrique d'une droite
- Tableau de variations d'une fonction utilisant la fonction exponentielle
- Application du corollaire du théorème des valeurs intermédiaires
- Application d'un algorithme

***Dans cet article, je vous propose une recette de cuisine de gâteau moelleux au chocolat !***

***Pour découvrir la quantité des différents ingrédients, les élèves sont invités à résoudre les différents exercices.***

***La récompense de ce travail est succulente ! Bon appétit !***

# Gâteau moelleux au chocolat !

*(recette inspirée d'une ressource issue de la Quizinière)*



## Ingrédients :

### **Quantité de chocolat au lait (en gramme) :**

Un cacaoyer vit en moyenne 40 ans. Sa durée de vie peut être modélisée par une variable aléatoire  $X$  suivant une loi exponentielle de paramètre  $\lambda$ .

Sachant qu'un cacaoyer a déjà vécu 20 ans, quelle est la probabilité qu'il vive au moins 48 ans ?

*La quantité de chocolat au lait est égale au produit de 100 par la probabilité calculée ci-dessus arrondie au dixième.*

### **Quantité de chocolat noir (en gramme) :**

Adrien attend un train sur le quai d'une gare. Un train arrive en gare toutes les 200 minutes.

La durée d'attente d'Adrien peut être modélisée par une variable aléatoire  $X$ . Quelle est la loi suivie par la variable aléatoire  $X$  ? Quel est le temps d'attente moyen d'Adrien ?

*La quantité de chocolat noir est égale au temps d'attente moyen d'Adrien.*

### **Nombre d'oeufs :**

*Le nombre d'oeuf est égal à la partie réelle des solutions complexes de l'équation suivante :*

$$z^2 - 8z + 25 = 0$$

### **Quantité de beurre (en gramme) :**

*La quantité de beurre est égale au résultat de :*  $5 \int_0^2 x^3 + 3x^2 + 4 \, dx$

### **Quantité de sucre roux (en gramme) :**

Dans une plantation de cannes à sucre, on compte 300 plants en 2010. Chaque année, il faut couper 25% des plants. Seuls 25 plants peuvent être replantés afin de laisser une partie du champ en jachère.

On note  $u_n$  le nombre de plants dans le champ à l'année 2010 +  $n$ .

On a donc  $u_0 = 300$ .

L'objectif est de connaître le nombre de plants dans le champ à long terme.

*La quantité de sucre à mettre dans le gâteau est égal au nombre de plants dans le champs à long terme.*

**Indice :** on pourra montrer que la suite  $v_n = u_n - 100$  est géométrique.

### Quantité de poudre d'amandes (en gramme)

Dans un repère orthonormé, on donne les points  $A(1 ; 1 ; 4)$  et  $B(2 ; 0 ; 1)$ .  
et les vecteurs  $\vec{u}(-1 ; 4 ; -4)$  et  $\vec{v}(-2 ; 5 ; -1)$ .

Soient  $d$  la droite passant par  $A$  et dirigée par  $\vec{u}$  et  $d'$  la droite passant par  $B$  et dirigée par  $\vec{v}$ .

Trouver les coordonnées du point  $M$  qui est le point d'intersection des deux droites sécantes  $d$  et  $d'$ .

Appliquer ensuite l'algorithme ci-dessous (écrit en langage Python et en langage naturel) aux coordonnées du point  $M$ .

```
1 def f(xM, yM, zM) :  
2     S=xM+yM+zM  
3     while S<75:  
4         S=S+25  
5     F=S+20  
6     return F
```

Entrée	Saisir $x_M, y_M, z_M$
Initialisation	Affecter à $S$ la valeur
Traitement	Tant que $S < 75$ Affecter à $S$ la valeur $S + 25$ Fin Tantque $F = S + 20$
Sortie	Afficher $F$

**La quantité de poudre d'amandes est égale au résultat  $F$  affiché en sortie de l'algorithme.**

### Quantité de farine (en gramme)

Un fabricant de cosmétiques voit ses ventes chuter considérablement.

Inquiet, il souhaite estimer ses pertes si la situation se poursuit.

Il modélise son bénéfice annuel sur 5 ans, exprimé en dizaine de milliers d'euros, par la fonction  $f$  définie sur  $[0 ; 5]$  par :

$$f(x) = 40 x e^{-2,15x+2} - 11$$

Calculer le bénéfice maximal, arrondi à la dizaine de milliers d'euros.

**La quantité de farine correspond à ce bénéfice maximal augmenté de 25%.**

### Thermostat du four

Ce producteur souhaite également savoir à partir de quand il travaillera à perte, c'est-à-dire lorsque son bénéfice deviendra négatif.

Montrez qu'il existe un moment à partir duquel le bénéfice sera négatif.

Déterminez la valeur approchée  $t_0$  arrondie au dixième.

**Le thermostat du four en degré Celsius est égal au produit de 100 par cette valeur arrondie de  $t_0$**

## **Recette :**

1. Préchauffer le four au thermostat indiqué précédemment.

Séparer les jaunes des blancs d'oeufs.

Dans une casserole, faire fondre le beurre.

Ajouter alors les chocolats préalablement cassés en morceaux, puis bien mélanger jusqu'à obtention d'une préparation homogène.

2. Hors du feu, ajouter le sucre roux et bien remuer.

Ajouter ensuite tour à tour la farine, la poudre d'amande puis une pincée de sel, en mélangeant bien entre chaque ajout.

3. A l'aide d'un batteur électrique, monter les blancs d'oeufs en neige très ferme avec une pincée de sel.

Terminer en ajoutant les jaunes d'oeufs.

En prélever un tiers et ajouter-les à la pâte en remuant afin de bien l'aérer.

Incorporer ensuite le reste des blancs en neige délicatement.

4. Verser la pâte dans un moule graissé et enfournez pour 30 min de cuisson.

Le gâteau est cuit lorsque la pointe d'un couteau enfoncée à coeur en ressort humide mais propre.

5. Sortir le gâteau du four et le laisser tiédir quelques minutes avant de la démouler. Laisser ensuite bien refroidir avant de servir.

## ***Variante :***

*si vous désirez corser le goût de ce gâteau, baissez la quantité de poudre d'amandes et n'utilisez que du chocolat noir.*

***Bon appétit !***