

Énigmes mathématiques pour confinés : volume 1

Marlène ESTEVE
Professeure de Mathématiques
Collège Django Reinhardt
Toulon (Var)

Résumé

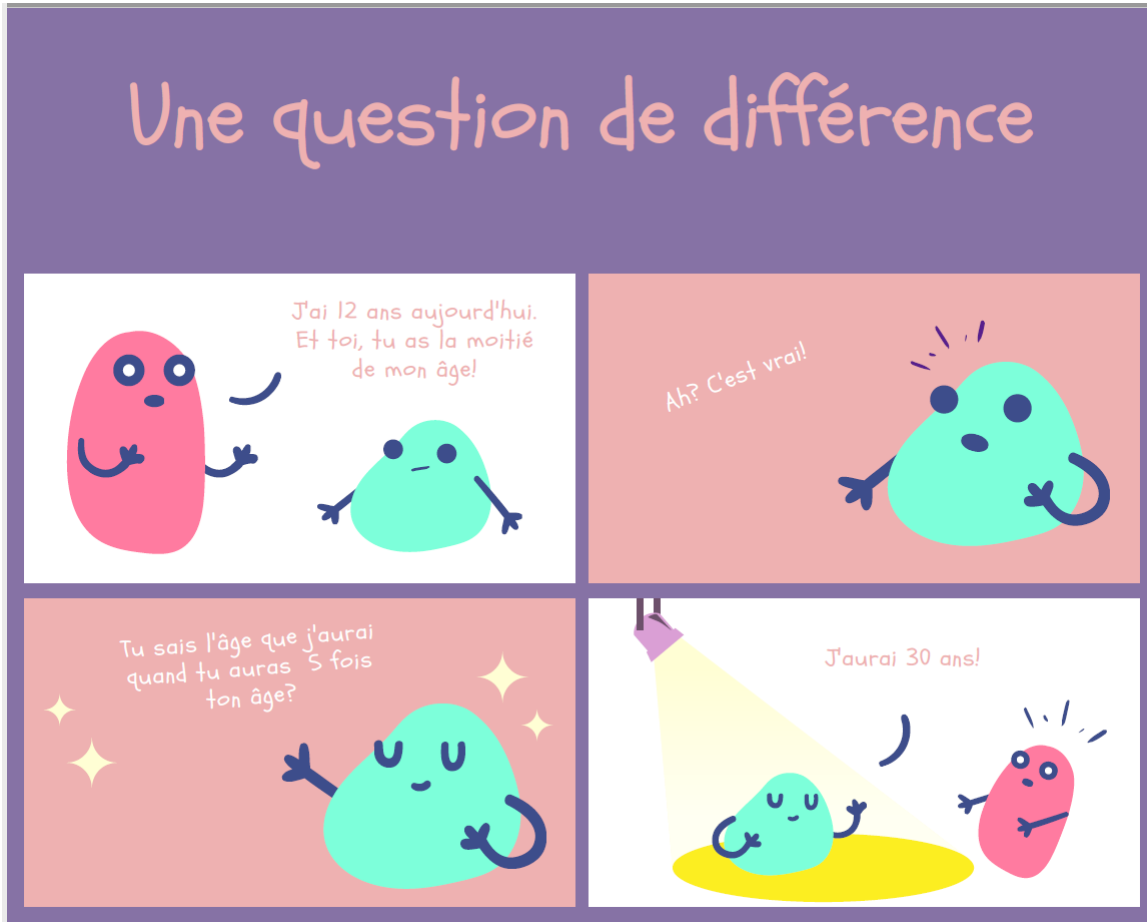
Cet article présente des activités de réflexion de niveau collège, sous forme d'énigmes mathématiques, à faire en famille durant la période de confinement.

Table des matières

Énigmes mathématiques pour confinés : volume 1	1
Résumé.....	1
Problème 1 : âges.....	2
Problème 2 : code César	3
Problème 3 : quatre-quarts	4
Problème 4 : nombre-rectangle.....	4
Problème 5 : angles extérieurs d'un triangle.....	7
Problème 7 : modèle en barre	8

Problème 1 : âges

Version 1



Réalisé avec <https://www.canva.com/>

Débutant : Quel est l'âge du frère de Pierre ?

Intermédiaire : Pourquoi est-ce que le personnage répond : « Je ne pense pas » ?

Version 2 (sans la BD).

Voici un échange entre Pierre et son jeune frère Eliès :

Pierre : « J'ai aujourd'hui 12 ans et toi petit frère, tu as la moitié de mon âge. »

Eliès : « Oui et quand tu auras 5 fois ton âge, j'aurai 30 ans. »

Pierre, souriant : « Je ne pense pas ... »

Débutant : Quel est l'âge du frère de Pierre ?

Intermédiaire : Pourquoi est-ce que Pierre sourit ?

Réponse : *En vieillissant, l'écart entre les âges des deux frères restera le même. Comme Eliès a la moitié de l'âge de son frère aujourd'hui, il a 6 ans. Donc l'écart entre les deux frères est 6 ans. Lorsque Pierre aura 5 fois son âge, il aura 60 ans (5×12). Eliès sera toujours 6 ans plus jeune donc il aura 54 ans.*

Problème 2 : code César

Jules César, dans ses correspondances secrètes, utilisait une méthode de chiffrement très simple d'où son nom : le **code César**. Le **code César** a la particularité d'être basé sur un décalage de l'alphabet. Le texte chiffré s'obtient en remplaçant chaque lettre du texte clair original par une lettre à distance fixe, toujours du même côté, dans l'ordre de l'alphabet. Par exemple avec un décalage de 3 vers la droite, A est remplacé par D, B devient E, et ainsi jusqu'à W qui devient Z, puis X devient A etc. Il s'agit d'une permutation circulaire de l'alphabet.

Débutant : Comment coder le mot SECRET avec un décalage de 3 vers la droite ?

Réponse : *VHFUHW*

Intermédiaire : Le décalage était de 2 ou de 3 vers la droite. Le mot codé est DTCXQ. Il faut retrouver le décalage et décoder le message.

Aide : Si on code vers la droite, dans quel sens est-ce que l'on décode ?

Réponse : *Le décalage est de 2 et le mot est BRAVO.*

Avancé : Un message a été envoyé mais nous ne connaissons pas le décalage qui a permis de le coder. F'WEIA YNAAN ZAO AJECIAO.

Pour cela nous allons utiliser la statistique. Dans la langue française, la lettre « E » est la plus fréquente. C'est celle qui apparaît le plus souvent.

Est-ce que ces informations permettent de décoder le message ?

Aide : quelle est la lettre qui apparaît le plus souvent dans le message codé ?

Réponse : *Le « A » étant la lettre la plus fréquente dans le message codé, il s'agit probablement du E donc le décalage est de 4 vers la gauche. Le message est J'AIME RESOUDRE LES ENIGMES.*

Problème 3 : quatre-quarts

Le quatre-quarts est un gâteau dont le nom provient de sa recette.

Il faut commencer par peser les œufs et ajouter la même masse de sucre, farine et beurre. La masse de chacun de ces ingrédients est donc un quart de la masse totale. Il suffit d'ajouter un peu de vanille et de la levure dont la masse n'est pas prise en compte.

Débutants : La recette est donnée pour 6 personnes et il faut 3 œufs. Combien faut-il d'œufs pour 8 personnes.

Réponse : 1 œuf est pour deux personnes. Il en faut donc 4.

Intermédiaires : Sachant que les œufs utilisés pèsent chacun 50 g, quelle est la masse totale de la pâte pour un gâteau de 8 personnes ?

Réponse : Il faut 4œufs. Leur masse sera de 200g (4×50 g). Le gâteau étant un quatre-quarts, la masse de la pâte pour un gâteau de 8 personnes est de 0,8 kg ou 800 g (4×200 g).

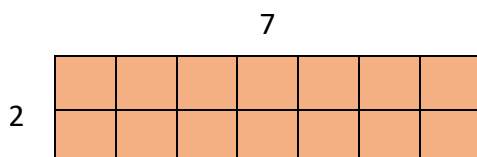
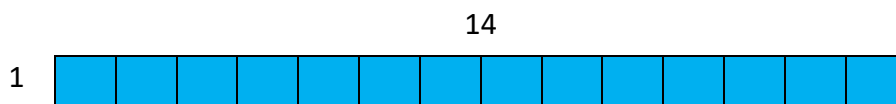
Avancés : Lors de la cuisson d'une durée de 20 minutes à 180°, un gâteau perd 8% de sa masse. Il pesait 800 g avant d'être enfourné et il est finalement coupé en 10 parts égales. Quelle est la masse de chaque morceau après la cuisson ?

Réponse : 8 % de 800 g pèse 64 g. Le gâteau pèsera en fin de cuisson 736 g (800 g -64 g). Donc chaque morceau pèsera dix fois moins c'est-à-dire 73,6 g.

Problème 4 : nombre-rectangle

Tous les nombres entiers peuvent être représentés par des rectangles dont les dimensions sont deux diviseurs de ce nombre. Le nombre 14 peut être représenté de deux manières différentes car :

$$14 = 1 \times 14 = 2 \times 7.$$



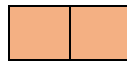
On peut utiliser des jetons aussi pour trouver tous les rectangles que l'on peut former.



Il y a des cas particuliers :

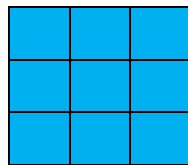
- Quand on peut les représenter par un seul rectangle dont une des dimensions est 1 et l'autre n'est pas 1 : Ce sont les « **nombre premiers** ». En anglais, ils sont appelés « **Prime numbers** ».

Par exemple le nombre 2 :



- Quand on peut aussi les représenter avec un carré : ce sont « **des carrés parfaits** ». En anglais, ils sont appelés « **square numbers** ».

Par exemple le nombre 9 :



Le nombre 1 est un nombre carré mais pas premier :



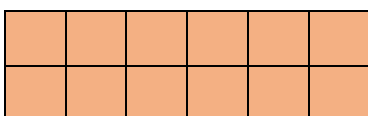
Débutants : Donnez toutes les représentations possibles des nombres suivants : 5 ; 12 ; 16 et préciser s'ils sont premiers ou carrés ou aucun des deux.

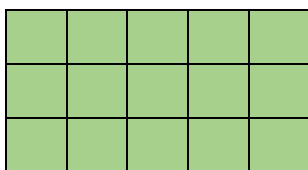
Réponse :

5 n'a qu'une seule représentation donc il est premier.

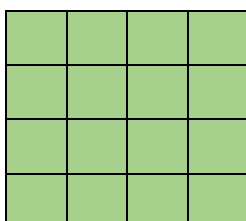
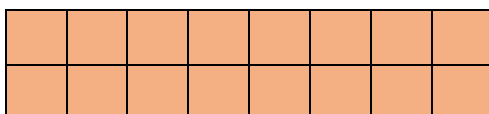


12 a 3 représentations possibles, donc il n'est pas premier et aucune représentation n'est carrée.





16 a 3 représentations aussi dont une des représentations est aussi un carré. C'est donc un nombre carré.



Intermédiaire : Quels sont les nombres carrés et les nombres premiers entre 1 et 20 ?

Réponse :

Nombres carrés : 1 4 9 16 25

Nombres premiers : 2 3 5 7 11 13 17 19

Avancé : Un QCM « Kahoot » est disponible, en anglais, sur le thème « *square numbers and prime numbers* » sur le site suivant :

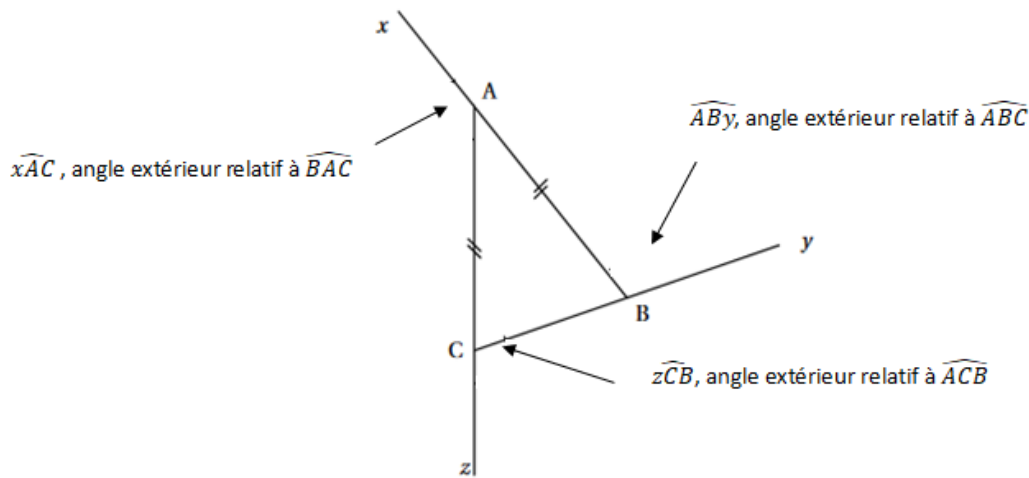
https://kahoot.it/challenge/0357838?challenge-id=3568dda0-8588-4d45-9ee8-3782c589ddee_1586087318267

Ou, avec l'application gratuite pour smartphone, en saisissant le code suivant sur l'application : **0357838**.

Problème 5 : angles extérieurs d'un triangle

La somme de la mesure des angles intérieurs d'un triangle est toujours de 180° , celle de l'angle plat.

Sur la figure, ABC est un triangle isocèle en A. Le segment [AB] mesure 5 cm et l'angle \widehat{ABC} mesure 40° . On va alors s'intéresser aux angles extérieurs de ces triangles comme indiqué sur la figure ci-après.



Débutant et intermédiaire : Tracer le triangle ABC. Quelle la somme des mesures des angles extérieurs à ce triangle ABC ?

Aide : on peut faire des découpages pour avoir une idée du résultat.

Réponse : $\widehat{AB y} = 180 - 40 = 140^\circ$

$\widehat{BC z} = 180 - 40 = 140^\circ$

La somme des angles d'un triangle est égale à 180° , donc dans le triangle ABC on a :

$\widehat{ABC} = 180 - 40 - 40 = 100^\circ$

Donc $\widehat{CA x} = 180 - 100 = 80^\circ$

$140 + 140 + 80 = 360^\circ$

La somme des 3 angles extérieurs du triangle est bien de 360° .

Avancé : Quelle est la somme des mesures des angles extérieurs d'un triangle quelconque ?

Réponse : $\widehat{AB y} + \widehat{BC z} + \widehat{CA x} - 180^\circ = 180^\circ \times 3 - 180^\circ = 360^\circ$

Problème 7 : modèle en barre

Débutant : Paul lit un livre de 235 pages. Il s'arrête à la page 95.

Ce problème peut se modéliser de la manière suivante appelée le modèle en barre.

235	
95	Inconnu

Question : combien lui reste-t-il de pages à lire ?

Réponse :

Il faut trouver la différence absolue. On peut par exemple utiliser une soustraction :

$$235 - 95 = 240 - 100 = 140 \text{ (calcul astucieux en conservant les écarts).}$$

Il lui reste 140 pages à lire.

Intermédiaire : Hugo souhaite acheter des places de cinéma pour y aller avec ses amis. Chacune des places coûte 12 €. Il a pris 84 € avec lui et en a déjà acheté 2.

84		
12	...Inconnu...	12

Question : Combien d'amis peut-il inviter ?

Réponse :

$$84 = 7 \times 12 \text{ ou encore } 84 \div 12 = 7$$

Il pourra acheter 7 places donc inviter 6 amis.

Avancé : A7h50, seulement 20 % des élèves du collège sont dans la cour de l'établissement. Ils sont alors 125. Combien le collège comprend-il d'élèves ?

Réponse :

Comme $100\% = 5 \times 20\%$, on peut affirmer que 20 % des élèves du collèges sont un cinquième des élèves du collège

Inconnu				
125	125	125	125	125

Il y a donc $125 \times 5 = 725$ élèves dans ce collège.