

## Programme de calculs et calcul littéral

Florence AYME, Marlène ESTEVE et Sylvain ETIENNE  
Professeurs de mathématiques  
Collège Jean Giono, Le Beausset (Var)  
Collège Django Reinhardt, Toulon (Var)  
Collège Sidney Bechet, Antibes (Alpes-Maritimes)

### Résumé

Cet article montre comment exploiter les programmes de calculs du cycle 3 à la classe de seconde. La progression proposée commence avec le calcul numérique, introduit graduellement les expressions littérales pour arriver à leur exploitation pour démontrer un cas général et pour résoudre une équation du premier degré à une inconnue.

### Table des matières

Objectifs .....	2
Prérequis .....	2
Proposition de progression .....	2
Niveau 1.....	3
Exercice 1 : qui suis-je ? (solution unique) .....	3
Exercice 2 : qui suis-je ? (plusieurs solutions possibles) .....	3
Exercice 3 : devinette .....	3
Exercice 4 : problèmes arithmétiques simples.....	4
Niveau 2.....	5
Exercice 1 : calculs et simplifications.....	5
Exercice 2 : traduction littérale .....	5
Exercice 3 : vers les équations du premier degré à une inconnue.....	6
Exercice 4 : vocabulaire des opérations .....	6
Niveau 3.....	7
Exercice 1 : vocabulaire des opérations, traduction de la modélisation .....	7
Exercice 2 : analyse d'erreurs .....	7
Exercice 3 : résolution assistée d'équation du premier degré à une inconnue.....	8
Niveau 4.....	9
Exercice 1 : démontrer à l'aide du calcul .....	9
Exercice 2 : transformation d'expression et simplification .....	9
Exercice 3 : conjecture et démonstration .....	10
Exercice 4 : résolution d'équation du premier degré à une inconnue par le calcul. ...	10

## Objectifs

- Introduire le calcul littéral par les programmes de calculs.
- Traduire une série d'instructions ou un énoncé de problème par une expression littérale et réciproquement (modéliser).
- Transformer une expression algébrique ou littérale pour démontrer.
- Résoudre une équation du premier degré à une inconnue.

## Prérequis

- Connaître le vocabulaire des opérations et des expressions : termes, facteurs...
- Savoir calculer sur les différents types de nombres des cycles 3 et 4.
- Savoir factoriser et développer une expression.

## Proposition de progression

Les différents niveaux donnent une indication de progressivité à adapter en fonction des besoins des élèves. Les numéros d'exercices correspondent à des objectifs spécifiques. Les prolongements et variantes permettent d'initier la réflexion sur la différenciation.

## Niveau 1

### *Exercice 1 : qui suis-je ? (solution unique)*

On cherche un nombre décimal.

- Le chiffre des centaines est 2.
- Le chiffre des centièmes est égal à la moitié du chiffre des centaines.
- Le chiffre des dixièmes est le triple du chiffre des centièmes.
- Le chiffre des dizaines est le double du chiffre des dixièmes.
- La somme des 5 chiffres du nombre est 17.

Quel est ce nombre ?

### *Exercice 2 : qui suis-je ? (plusieurs solutions possibles)*

- Je suis un nombre décimal à quatre chiffres significatifs.
- Mon chiffre des dizaines est le triple de mon chiffre des dixièmes.
- Mon chiffre des unités est la moitié de mon chiffre des centaines.

Qui suis-je ?

### *Pour aller plus loin*

1. Si la somme de mes chiffres est 20, qui suis-je ?
2. Est-il possible que la somme de mes chiffres soit 22 ?
3. Est-il possible que la somme de mes chiffres soit un multiple de 9 ?

### *Exercice 3 : devinette*

Voici une devinette.

- Je pense à un nombre.
- Je lui ajoute 5.
- Je double la somme précédente.
- Je calcule la différence du résultat précédent avec 10.

1. Si je pense à 7, quel nombre vais-je alors trouver à la fin ?
2. Si je pense à 10, quel nombre vais-je alors trouver à la fin ?
3. A la fin j'ai trouvé 128, quel était le nombre de départ ?

### *Analyse*

L'intérêt de ce type d'exercice est de susciter la curiosité des élèves en donnant systématiquement le résultat rapidement. Par exemple, le résultat est toujours le même ou le double du nombre de départ...

*Exercice 4 : problèmes arithmétiques simples*

1. La somme de deux nombres est 120, l'un des termes est 43. Quelle est la valeur de l'autre terme ?
2. Paul achète un livre à 5,50 € et deux DVD, un film et un animé. Il paie 30 €. Combien coûte l'animé, sachant que les deux DVD sont au même prix ?

*Variante :*

Combien coûte l'animé, sachant qu'il coûte deux euros de plus que l'autre DVD ?

## Niveau 2

### *Exercice 1 : calculs et simplifications*

Voici un programme de calculs.

- Choisir un nombre.
- Calculer son double.
- Ajouter 5.
- Tripler le résultat précédent.
- Soustraire 15

Appliquer ce programme à 2 ; 10 et  $-3$ .

Que remarque-t-on ?

#### Prolongement

Appliquer ce programme à des nombres décimaux non entiers et à des nombres rationnels bien choisis pour la différenciation et la progressivité.

#### Remarque

Un des objectifs de ce type de questions est d'amener les élèves à trouver une procédure de calcul « simple » qui s'applique à tous les nombres, prémices de l'introduction aux expressions littérales.

### *Exercice 2 : traduction littérale*

Adapté de Transmath 5<sup>e</sup>, Nathan p 41.

Voici deux programmes de calculs.

Programme 1	Programme 2
Choisir un nombre. Ajouter 4. Multiplier le résultat par 3.	Choisir un nombre. Multiplier par 3. Ajouter 4.

Voici une liste d'expressions littérales :

$$7 \times n \quad | \quad 3 \times n + 4 \quad | \quad 4 \times n + 3 \quad | \quad 3 \times (n + 4) \quad | \quad 12 \times n$$

Pour chaque programme, préciser à quelle expression littérale il peut correspondre.

#### Prolongement

1. Trois des expressions ne correspondent à aucun des deux programmes. Pour chacune de ces expressions, modifier un des deux programmes pour qu'elle lui corresponde.
2. En utilisant les expressions correspondantes, déterminer le nombre qu'il faut choisir au départ pour trouver 27 avec le programme 1 et 49 avec le programme 2 ?

### *Exercice 3 : vers les équations du premier degré à une inconnue*

- Choisir un nombre.
- Ajouter 3.
- Doubler le résultat.
- Soustraire 1.

Quel nombre fallait-il choisir pour trouver 25 ?

Variantes :

Quel nombre fallait-il choisir au départ pour trouver 5 ? 1 ? 6 ?  $11,4$  ?  $\frac{1}{2}$  ?

### *Exercice 4 : vocabulaire des opérations*

Version 1

- Choisir un nombre.
- Calculer la somme de 5 et du produit de ce nombre par 4.
- Calculer le quotient du résultat précédent par 5.

Quel nombre obtient-on en choisissant le nombre  $-3$  au départ ?

Est-il possible d'obtenir un nombre entier à la fin ? Si oui, est-ce que l'on peut tous les trouver ?

Remarque

En variant les nombres dans le programme de calculs, notamment en divisant par 3, on oblige les élèves à rencontrer d'autres types de nombres.

Version 2

Ecrire un programme de calculs qui permet d'obtenir le résultat suivant :

La différence entre le produit d'un nombre par 7 et le quotient de la somme de ce même nombre et de 5 par 10.

Remarque

Cette expression est volontairement complexe. Il est évident qu'il faut prévoir des paliers pour pouvoir y accéder avec des expressions bien plus triviales.

### Niveau 3

#### *Exercice 1 : vocabulaire des opérations, traduction de la modélisation*

Dans chacun des cas, écrire un programme de calculs correspondant à l'expression littérale suivante sachant que  $n$  est un nombre quelconque :

1.  $2 \times n - 4$
2.  $4 \times (n - 3)$

#### *Exercice 2 : analyse d'erreurs*

Voici un programme de calculs.

- Choisir un nombre.
- Calculer son carré.
- Ajouter 3.

1. Appliquer ce programme à 11,  $-5$  et  $\frac{4}{3}$ .
2. Appliquer ce programme à un nombre quelconque que l'on nommera  $x$ .
3. Analyse de copies d'élèves :
  - Tom a écrit  $x^2 + 3$ .
  - Chérif a écrit  $2 \times x + 3$ .
  - Tina a écrit  $3x^2$ .
  - Marc a écrit  $5x$ .

Expliquer et commenter les erreurs éventuelles des élèves.

#### Variante

- Choisir un nombre.
  - Prendre son carré.
  - Ajouter 3.
  - Calculer le double du résultat obtenu.
1. Appliquer ce programme à un nombre quelconque que l'on nommera  $x$ .
  2. Analyse de copies d'élèves :
    - Tom a écrit  $4x + 6$ .
    - Chérif a écrit  $2x^2 + 3$ .
    - Tina a écrit  $2 \times (x^2 + 3)$ .
    - Marc a écrit  $10x$ .

Expliquer et commenter les erreurs éventuelles des élèves.

### Exercice 3 : résolution assistée d'équation du premier degré à une inconnue

On considère les programmes de calculs suivants.

Programme 1	Programme 2
Choisir un nombre. Calculer son double. Additionner 5.	Choisir un nombre. Calculer le produit de ce nombre par 4. Soustraire 3.

Paul applique les deux programmes au même nombre et il trouve le même résultat. Quel nombre avait-il pris au départ ?

Remarque : cette activité est l'occasion d'utiliser la calculatrice et les tableaux de valeurs ou encore le tableur.

#### Prolongement

On peut saisir cette opportunité pour visiter l'ensemble des synonymes du vocabulaire des quatre opérations.

Même question avec les programmes suivants.

Programme 3	Programme 4
Choisir un nombre. Calculer son double. <b>Oter 5.</b>	Choisir un nombre. Le multiplier par 4. <b>Ajouter 3.</b>

Réponse :  $x = -4$

Programme 5	Programme 6
Choisir un nombre <b>Calculer son triple.</b> Augmenter le résultat précédent de 5.	Choisir un nombre. <b>Calculer le produit de ce nombre par 8.</b> Retirer 3.

Réponse :  $x = 1,6$

Programme 7	Programme 8
Choisir un nombre <b>Calculer son triple.</b> Calculer la somme du résultat précédent et de 5.	Choisir un nombre. <b>Le multiplier par 8.</b> Retrancher 3.

Réponse :  $x = \frac{1}{3}$

## Niveau 4

### *Exercice 1 : démontrer à l'aide du calcul*

Voici un programme de calculs.

- Choisir un nombre.
- Calculer son double.
- Ajouter 5.
- Calculer le double du résultat obtenu.
- Retirer le triple du nombre de départ.
- Soustraire 10.

Tester ce programme avec plusieurs nombres.  
Etablir une conjecture. La prouver.

### Variantes

1. Voici un programme de calculs.
  - Choisir un nombre.
  - Calculer son double.
  - Ajouter 5.
  - Calculer le double du résultat obtenu.
  - Retirer le quadruple du nombre de départ.
2. Le professeur demande aux élèves de penser à un nombre et de lui appliquer le programme de calculs. Lorsque les élèves ont terminé, il dit « Vous avez trouvé 10 ! ». Pourquoi ?

### *Exercice 2 : transformation d'expression et simplification*

Voici un programme de calculs.

- Choisir un nombre.
- Calculer son triple.
- Ajouter 2.
- Calculer le double du résultat obtenu.
- Retirer le quintuple du nombre de départ.
- Retirer 5.

Paul est capable, pour n'importe quel nombre choisi au départ, de trouver le résultat final en n'effectuant qu'un seul calcul de tête ? Comment fait-il ?

### Variante

Voici un programme de calcul

- Choisir un nombre.
- Calculer son triple.
- Ajouter 2.
- Calculer le double du résultat précédent.
- Retirer 4.

1. Montrer que le résultat est un multiple de 6.
2. Montrer que le résultat est un multiple de 3.

### Exercice 3 : conjecture et démonstration

Voici un programme de calculs.

- Choisir un nombre.
- Ajouter 3.
- Calculer le double du résultat obtenu.
- Ajouter le nombre de départ.

Que penser de l'affirmation : « On obtient toujours un multiple de 3 ».

#### Variante

Adapté de « Des maths ensemble et pour chacun », Canopé.

Voici trois programmes de calculs.

Programme A	Programme B	Programme C
<ul style="list-style-type: none"> <li>➤ Choisir un nombre.</li> <li>➤ Calculer son double.</li> <li>➤ Ajouter 3.</li> <li>➤ Calculer le double du résultat obtenu.</li> <li>➤ Retirer le triple du nombre de départ.</li> <li>➤ Retirer 7.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>➤ Choisir un nombre.</li> <li>➤ Calculer son triple.</li> <li>➤ Retirer 1.</li> <li>➤ Calculer le double du résultat obtenu.</li> <li>➤ Retirer le double du nombre de départ.</li> <li>➤ Retirer 2.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>➤ Choisir un nombre.</li> <li>➤ Le multiplier par 4.</li> <li>➤ Retirer 8.</li> <li>➤ Diviser le résultat par 4.</li> <li>➤ Ajouter 1.</li> </ul>

Que peut-on conjecturer ?

#### Aide

Tester ces trois programmes avec plusieurs nombres.

### Exercice 4 : résolution d'équation du premier degré à une inconnue par le calcul.

On considère les programmes de calculs suivants.

Programme 1	Programme 2
Choisir un nombre. Calculer son double. Ajouter 5.	Choisir un nombre. Le multiplier par 5. Retirer 3.

Réponse :  $x = \frac{8}{3}$

Paul applique les deux programmes au même nombre et il trouve le même résultat. Quel nombre avait-il pris au départ ?

#### Aide

Utiliser la calculatrice ou le tableur pour approcher la solution.