UN EXEMPLE D'INTRODUCTION DES LOIS A DENSITE EN TERMINALE S AU LYCEE DU COUDON (83)

Outil : Exploitation de vidéos sélectionnées sur YouTube.

Durée : 2 heures

Mise en œuvre :

- Envoi de la fiche d'activité, ainsi que de la partie de cours associée sur les boites-mail-élève du lycée.
- Mise en ligne en parallèle sur Pronote.
- Interaction vocale avec les élèves en classe virtuelle : réponses aux questions, éclaircissements sur différents points, chaque élève travaille à son rythme.

Consigne : Suivez le scénario de la fiche d'activité.

Ci-après l'activité mise à la disposition des élèves.

LOIS A DENSITE

A. Passage du discret au continu (11min25s)

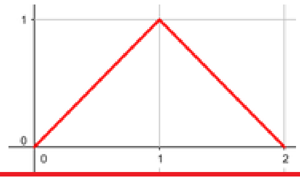
https://www.youtube.com/watch?v=L4WLFKlssWA

B. Fonction densité Partie 1 (7 min03s)

https://www.youtube.com/watch?v=dic4qpPe9lE

Application

Dans chaque cas, justifier que la fonction f est une densité de probabilité sur l'intervalle I indiqué:
1) f est définie sur I=[0;2] par sa courbe ci-contre:
2) f est définie sur I=[-1;1] par $f(x) = \frac{3}{4} - \frac{3}{4}x^2$.
3) f est définie sur I=[0;+∞[par $f(x) = e^{-x}$.



Corrigé de l'application (12min30s)

https://www.youtube.com/watch?v=2ch-bGoP_mI

C. Fonction densité Partie 2 (10min25s)

https://www.youtube.com/watch?v=SXnrUjGYgKQ

Application

On considère la fonction f définie sur $[0; +\infty[$ par $f(x) = e^{-x}$. X est une variable aléatoire de densité f.
Calculer les probabilités suivantes: a) $P(1 \leq X \leq 2)$ b) $P(X \geq 3)$.

Corrigé de l'application (7min20s)

https://www.youtube.com/watch?v=_ITalX_Jqtg

D. Conclusion : Vous pouvez maintenant lire la fiche de cours jointe :
Lois à densité I. Introduction

E. Exercices :
Voici un lien vers le site de ChingAtome:
https://chingatome.fr/chapitre/ts/loi-continue-a-densite
Vous pouvez travailler, pour l'instant, les exercices N°4208,N°6407,N°4218 et N°4220.
Vous disposez de la correction. Ce sont des applications immédiates du cours de ce matin.

UN EXEMPLE D'INTRODUCTION DE L'ESPERANCE (LOI A DENSITE) ET DE LA LOI UNIFORME EN TERMINALE S AU LYCEE DU COUDON (83)

Outil : Exploitation de vidéos sélectionnées sur YouTube.

Durée : 2 heures

Mise en œuvre :

- Envoi de la fiche d'activité, ainsi que de la partie de cours associée sur les boites-mail-élève du lycée.
- Mise en ligne en parallèle sur Pronote.
- Interaction vocale avec les élèves en classe virtuelle : réponses aux questions, éclaircissements sur différents points, chaque élève travaille à son rythme.

Consigne : Suivez le scénario de la fiche d'activité.

Ci-après l'activité mise à la disposition des élèves.

ESPERANCE (LOI A DENSITE) - LOI UNIFORME

A. Espérance d'une variable aléatoire suivant une loi de densité f (9min)

https://www.youtube.com/watch?v=V-0F-612dn4

Application

On considère la fonction f définie sur $[1;+\infty[$ par $f(x) = \frac{2}{x^3}$.
1) Vérifier que f est bien une densité de probabilité sur $[1;+\infty[$.
2) Soit X une variable aléatoire de densité f. Déterminer l'espérance de X, notée E(X).

Corrigé de l'application (10min43s)

https://www.youtube.com/watch?v=85olt8SNGJU

Exercice corrigé pouvant être résolu seul plus tard :

Densité - Espérance - Fonction trigonométrique

On considère la fonction f définie sur $\left[0;\frac{\pi}{2}\right]$ par $f(x) = \cos x$.
1) Vérifier que f est bien une densité sur $\left[0;\frac{\pi}{2}\right]$.
2) Soient les fonctions g et G définies sur $\left[0;\frac{\pi}{2}\right]$ respectivement par $g(x) = x\cos x$ et $G(x) = ax\sin x + b\cos x$, où a et b sont des réels. Déterminer a et b tels que la fonction G soit une primitive de g.
3) Soit X une variable aléatoire de densité f. Déterminer l'espérance de X, notée E(X).

Lien : https://www.youtube.com/watch?v=_AqO6LyZG1I

B. Loi uniforme (7min56s)

https://www.youtube.com/watch?v=Eg0655ekdQM

Application 1

Anissa doit retrouver Manon au café entre 19 h et 20 h.
1) Quelle est la probabilité qu'Anissa arrive à 19 h 15?
2) Quelle est la probabilité qu'Anissa arrive avant 19 h 20?
3) Quelle est la probabilité qu'Anissa arrive entre 19 h 25 et 19 h 35?

Corrigé de l'application (7min33s)

https://www.youtube.com/watch?v=KYVH7H9FGdQ

Application 2

On choisit un nombre au hasard entre -2 et 2.
Sachant que ce nombre est supérieur à $1,8$, quelle est la probabilité que sa deuxième décimale soit 5?

Corrigé de l'application (9min35s)

https://www.youtube.com/watch?v=Y5ox1lsooQU

C. Conclusion : Vous pouvez maintenant lire la fiche de cours :

Lois à densité
II. Loi uniforme
A. Modèle
B. Espérance

D. Exercices :

Suivre le lien : https://chingatome.fr/chapitre/ts/loi-continue-a-densite

Vous pouvez résoudre les exercices N°4056 ; N°6892 ; N°5466.

UN EXEMPLE D'INTRODUCTION DES LOIS EXPONENTIELLES EN TERMINALE S AU LYCEE DU COUDON (83)

Outil : Exploitation de vidéos sélectionnées sur YouTube.

Durée : 2 heures

Mise en œuvre :
- Envoi de la fiche d'activité, ainsi que de la partie de cours associée sur les boites-mail-élève du lycée.
- Mise en ligne en parallèle sur Pronote.
- Interaction vocale avec les élèves en classe virtuelle : réponses aux questions, éclaircissements sur différents points, chaque élève travaille à son rythme.

Consigne : Suivez le scénario de la fiche d'activité.

Ci-après l'activité mise à la disposition des élèves.

LOIS EXPONENTIELLES

A. Loi exponentielle : comprendre la définition - probabilité continue (10min50s)

Faire une pause (comme indiqué dans la vidéo) à 3min25s pour démontrer la propriété suivante :

Soit λ un réel strictement positif.
Démontrer que la fonction définie sur $[0;+\infty[$ par $f(x) = \lambda e^{-\lambda x}$ est une densité de probabilité.

https://www.youtube.com/watch?v=51ZYR5n4LKY

B. Loi exponentielle : Comment calculer: P(a<X<b) et P(X<a) et P(X>a) (8min17s)

Faire une pause (comme indiqué dans la vidéo) à 2min18s pour calculer ...

… la probabilité P($a \leq X \leq b$), où X est une variable aléatoire suivant une loi exponentielle de paramètre $\lambda > 0$ et a, b sont deux réels tels que $a < b$

https://www.youtube.com/watch?v=PE7kku56aRA

C. Conclusion : Vous pouvez maintenant lire la fiche de cours :

Lois à densité
III. Loi exponentielle
A. Définition

D. Application 1

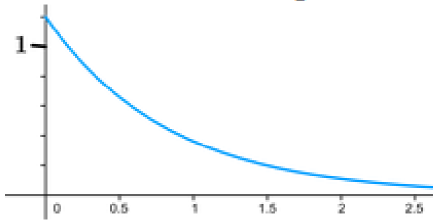
Une variable aléatoire X suit une loi exponentielle de paramètre λ. On sait que $P(X \leq 1000) = 0,3$.
1) Déterminer la valeur exacte de λ puis en donner une valeur approchée à 10^{-5} près.
2) Dans cette question, on admet que $\lambda = 0,00036$. Déterminer une valeur approchée de $P(X \geq 500)$ à 10^{-5} près.

Corrigé de l'application (7min40s)

https://www.youtube.com/watch?v=TG20FnGMjUc

Application 2 : Lire la valeur du paramètre

Soit X une variable aléatoire suivant une loi exponentielle de paramètre $\lambda > 0$.
La courbe ci-dessous représente la densité f de cette loi exponentielle.



Déterminer la probabilité $P(X \geqslant 2)$.

Corrigé de l'application (5min23s)

https://www.youtube.com/watch?v=pPmMUPkokqw

Application 3 : Déterminer la valeur du paramètre

Une variable aléatoire X suit une loi exponentielle de paramètre $\lambda > 0$.
Déterminer λ sachant que $P(1 \leqslant X \leqslant 2) = \frac{1}{4}$.

Corrigé de l'application (7min06s)

https://www.youtube.com/watch?v=ZPT8e7dU-8w

Application 4 : Loi exponentielle et loi binomiale (1)

On souhaite équiper une salle informatique d'ordinateurs. La durée de vie d'un ordinateur est indépendante de celle des autres ordinateurs. La durée de vie d'un ordinateur, en année, est une variable aléatoire X qui suit une loi exponentielle de paramètre $\lambda = 0,18$.
Combien faut-il au minimum mettre d'ordinateurs dans la salle pour que la probabilité de l'événement « L'un au moins des ordinateurs fonctionne encore après 5 ans » soit supérieure à 0.99?

Corrigé de l'application (8min03s)

https://www.youtube.com/watch?v=pSpT8timLL8

Application 5 : Loi exponentielle et loi binomiale (2)

La durée de vie, en année, d'une ampoule LED est une variable aléatoire T qui suit une loi exponentielle de paramètre $\lambda = 0,2$. Dix LED neuves, ont été mises en service en même temps.
Soit X la variable aléatoire qui indique le nombre de LED qui fonctionnent encore après 4 années.
Déterminer à 10^{-3} près, $P(X = 7)$.

Corrigé de l'application (7min58s)

https://www.youtube.com/watch?v=XVeDgBFHDeA

Application 6

Loi exponentielle et probabilité conditionnelle

On achète dans un sachet des composants tous identiques mais dont certains présentent un défaut.
La probabilité qu'un composant ait un défaut est 0,02.
La durée de vie T_1 en heure d'un composant défectueux suit une loi exponentielle de paramètre $\lambda_1 = 5 \times 10^{-4}$.
La durée de vie T_2 en heure d'un composant sans défaut suit une loi exponentielle de paramètre $\lambda_2 = 10^{-4}$.
Un composant du sachet fonctionne encore 1000 heures après sa mise en service.
Quelle est la probabilité que ce composant soit défectueux, à 10^{-2} près ?

Corrigé de l'application (9min12s)

https://www.youtube.com/watch?v=rYKuQM9mnHI

Application 7 : Désintégration radioactive et demi-vie

La durée de vie X, en année du carbone 14 suit une loi exponentielle de paramètre $\lambda > 0$.
On appelle demi-vie de X le réel t tel que $P(X \leqslant t) = P(X \geqslant t)$.
1) Démontrer $P(X \leqslant t) = \frac{1}{2}$.
2) Démontrer que $t = \frac{\ln 2}{\lambda}$.
3) On observe que la demi-vie du carbone 14 est de 5568 ans. Déterminer $P(X \leqslant 1000)$ à 10^{-3} près.
4) Quelle est la probabilité que la durée du vie du carbone 14 soit supérieure à deux demi-vies?

Corrigé de l'application (14min12s)

https://www.youtube.com/watch?v=rcQar-IPkn4

E. Exercices supplémentaires :

Suivre le lien : https://chingatome.fr/chapitre/ts/loi-continue-a-densite

Vous pouvez résoudre les exercices N°4166 ; N°4171 ; N°4190.

ESPERANCE D'UNE LOI EXPONENTIELLE
NOTION DE LOI SANS VIEILLISSEMENT
EN TERMINALE S
AU LYCEE DU COUDON (83)

Outil : Exploitation de vidéos sélectionnées sur YouTube.

Durée : 2 heures

Mise en œuvre :
- Envoi de la fiche d'activité, ainsi que de la partie de cours associée sur les boites-mail-élève du lycée.
- Mise en ligne en parallèle sur Pronote.
- Interaction vocale avec les élèves en classe virtuelle : réponses aux questions, éclaircissements sur différents points, chaque élève travaille à son rythme.

Consigne : Suivez le scénario de la fiche d'activité.

Ci-après l'activité mise à la disposition des élèves.

ESPERANCE D'UNE LOI EXPONENTIELLE

A. Loi exponentielle : Comment démontrer que l'espérance E(X)=1/λ (13min39s)

Faire une pause (comme indiqué dans la vidéo) à 1min50s pour démontrer la propriété suivante :

Soit X une variable aléatoire suivant une loi exponentielle de paramètre $\lambda > 0$.
On considère la fonction g définie sur $[0;+\infty[$ par $g(x) = \lambda x e^{-\lambda x}$.
1) Déterminer les réels a et b tels que la fonction G définie sur $[0;+\infty[$ par $G(x) = (ax+b)e^{-\lambda x}$ soit une primitive de g.
2) En déduire que l'espérance de X, notée E(X)=$\frac{1}{\lambda}$.

https://www.youtube.com/watch?v=KkX7I4hYVFg

B. Conclusion : Vous pouvez maintenant lire la fiche de cours :
Lois à densité
III. Loi exponentielle
B. Espérance

C. Exercices :

Suivre le lien : https://chingatome.fr/chapitre/ts/loi-continue-a-densite

Vous pourrez résoudre l'exercice N°6958.

LOI SANS VIEILLISSEMENT

A. Loi sans vieillissement ou sans mémoire: qu'est-ce que c'est? Lien avec la loi exponentielle (8min55s)

Faire une pause (comme indiqué dans la vidéo) à 4min48s pour démontrer la propriété suivante :

Soit X une variable aléatoire suivant une **loi exponentielle** alors $P_{X \geq t}(X \geq t+h) = P(X \geq h)$.

https://www.youtube.com/watch?v=wPt9MPgOh5I

Application 1 : Temps d'attente

A un standard téléphonique, on entend « Votre temps d'attente est estimé à 5 minutes».
Ce temps d'attente en minute, noté T, est une variable aléatoire qui suit une loi exponentielle et l'estimation annoncée correspond à l'espérance de T. Vous avez déjà attendu plus d'une minute.
Quelle est la probabilité d'attendre plus de 10 minutes au total?

Corrigé de l'application (6min05s)

https://www.youtube.com/watch?v=Dy5NAJAoAAU

Application 2

La durée de vie T en année, d'un appareil avant la première panne suit une loi exponentielle de paramètre $\lambda = 0,3$.
1) Quelle est la probabilité que l'appareil ne connaisse pas de panne au cours des trois premières années.
2) Quelle est la probabilité que l'appareil tombe en panne avant la fin de la deuxième année.
3) L'appareil n'a connu aucune panne les deux premières années.
Quelle est la probabilité qu'il ne connaisse aucune panne l'année suivante?

Corrigé de l'application (7min16s)

https://www.youtube.com/watch?v=MvwTJ77OJZA

B. Conclusion : Vous pouvez maintenant lire la fiche de cours :
Lois à densité
III. Loi exponentielle
C. Loi de durée de vie sans vieillessement

C. Exercices :

Suivre le lien : https://chingatome.fr/chapitre/ts/loi-continue-a-densite

Vous pourrez résoudre les exercices du paragraphe 8 : N°4154 ; N°4149 ; N°6263.

UN EXEMPLE DE QCM SUR LES LOIS EXPONENTIELLES EN TERMINALE S AU LYCEE DU COUDON (83)

Outil : Exploitation des mêmes vidéos que celles utilisées pour introduire le cours.

Mise en œuvre : ° Envoi de la version pdf du QCM sur les boites-mail-élève du lycée.

° Mise en ligne de la version interactive générée sur Pronote.

Consigne : Sur ce document, je vous propose de revisionner certaines vidéos du cours. Pour chacune, des questions vous seront posées.
Notez bien vos réponses sur un papier car il s'agira ensuite de compléter le QCM en ligne situé sur Pronote.

Ci-après le QCM mis à la disposition des élèves.

QCM : LOI EXPONENTIELLE

Vous trouverez des indices pour répondre aux questions en visionnant chaque vidéo.
Pour chaque question, indiquez toutes les réponses possibles.
Bonne chasse aux indices !

A. Vidéo 1 : https://www.youtube.com/watch?v=51ZYR5n4LKY

Question 1 : Quelle est l'expression de la fonction densité d'une loi exponentiellede paramètre $\lambda > 0$?

a. $f(x) = \lambda e^{\lambda x}$ b. $f(x) = \lambda e^{-\lambda x}$ c. $f(x) = e^{-\lambda x}$

Question 2 : Quelle expression définie une primitive de la fonction g définie par $g(x) = e^{ax}$ avec $a \neq 0$?

a. $\dfrac{e^{ax}}{a}$ b. ae^{ax} c. $\dfrac{e^{x}}{a}$ d. $\dfrac{1}{ae^{-ax}}$

Question 3 : L'intégrale $\int_0^t f(x)dx$ correspond à l'aire du domaine …

a. rouge b. violette c. bleue

Question 4 : Combien de propriétés a-t-on vérifié pour démontrer que f est une densité de probabilité ?

a. 1 b. 2 c. 3 d. 4

B. Vidéo 2 : https://www.youtube.com/watch?v=PE7kku56aRA

Question 5 : Soit X une variable aléatoire suivant une loi exponentielle de paramètre $\lambda > 0$.
Quelle est la valeur de $P(a \leq X \leq b)$?

a. $e^{-\lambda b} - e^{-\lambda a}$ b. $e^{\lambda b} - e^{\lambda a}$ c. $e^{-\lambda a} - e^{-\lambda b}$ d. $e^{\lambda a} - e^{\lambda b}$

Question 6 : Soit X une variable aléatoire suivant une loi exponentielle de paramètre $\lambda > 0$.
Quelle probabilité est équivalente $P(X \leq a)$?

a. $P(X < a)$ b. $P(0 \leq X \leq a)$ c. $e^{-\lambda a} - 1$ d. $e^{0} - e^{-\lambda a}$

Question 7 : Quelle est la somme des aires rouge et violette ?

a. 0 b. 1 c. 2

Question 8 : Soit X une variable aléatoire suivant une loi exponentielle de paramètre $\lambda > 0$.
Quelle probabilité est équivalente $P(X \geq a)$?

a. $1 - e^{-\lambda a}$ b. $e^{-\lambda a}$ c. $1 - P(0 \leq X \leq a)$

C. Vidéo 3 : https://www.youtube.com/watch?v=pPmMUPkokqw

Question 9 : Quel nombre a pour image λ par la fonction densité d'une loi exponentielle de paramètre $\lambda > 0$?

a. 1 b. 0 c. e d. ln1

Question 10 : Où lit-on λ sur le graphique représentant la fonction densité f ?

a. A l'intersection de la courbe de f avec l'axe des ordonnées.
b. A l'intersection de la courbe de f avec l'axe des abscisses.

Question 11 : Quelle est la valeur de λ sur le graphique ?

a. 1 b. 1,1 c. 1,2

D. Vidéo 4 : https://www.youtube.com/watch?v=TG20FnGMjUc

Question 12 : L'égalité $P(X \leq 1000) = 0,3$ est équivalente à l'égalité …

a. $e^{-1000\lambda} = 0,3$ b. $e^{-1000\lambda} = 0,7$

Question 13 : Le nombre $-\dfrac{\ln 0,7}{1000}$ est …

a. positif b. négatif

Question 14 : L'aire hachurée en violet est calculée sur un intervalle …

a. borné b. non borné

E. Vidéo 5 : https://www.youtube.com/watch?v=ZPT8e7dU-8w

Question 15 : En posant $x = e^{-\lambda}$, l'équation $e^{-\lambda} - e^{-2\lambda} = \frac{1}{4}$
est équivalente à ….

a. $x - x^2 = \frac{1}{4}$ b. $x^2 - x + \frac{1}{4} = 0$ c. $-x^2 + x - \frac{1}{4} = 0$

Question 16 : L'équation $e^{-\lambda} = \frac{1}{2}$ est équivalente à …

a. $\lambda = \ln 2$ b. $\lambda = -\ln \frac{1}{2}$ c. $\lambda = -\ln 2$

F. Vidéo 6 : https://www.youtube.com/watch?v=XVeDgBFHDeA

Question 17 : Quels sont les paramètres de la loi binomiale suivie par X ?

a. $n = 4$ et $p = e^{-0,8}$ b. $n = 4$ et $p = -0,8$
c. $n = 10$ et $p = e^{-0,8}$ d. $n = 10$ et $p = -0,8$

Question 18 : Que représente le facteur $\left(e^{-0,8}\right)^7$ dans le calcul de $P(X = 7)$?

a. la probabilité de succès à l'exposant 7
b. la probabilité d'échecs à l'exposant 7

G. Vidéo 7 : https://www.youtube.com/watch?v=rYKuQM9mnHI

Question 19 : La probabilité qu'un composant ayant un défaut
dure plus de $1000h$ est égale à ….

a. $P(T \geq 1000)$ b. $P_D(T \geq 1000)$ c. $P(T_1 \geq 1000)$ d. $e^{-1000\lambda_1}$

Question 20 : Quelle expression est égale à $P(T \geq 1000)$?

a. $P(T \geq 1000 \cap D) + P\left(T \geq 1000 \cap \overline{D}\right)$

b. $P(T_1 \geq 1000 \cap D) + P\left(T_2 \geq 1000 \cap \overline{D}\right)$

c. $0,02e^{-0,5} + 0,98e^{-0,1}$