Région académique
PROVENCE-ALPES-CÔTE D'AZUR

Groupe de Réflexion Académique Lycée (GRAL)

en Mathématiques

Mai 2020

HERRADA Sanders

Professeur de mathématiques

Lycée Tocqueville – Grasse – 06

Nature : Bilan de connaissances et de compétences en lien avec les attendus de fin d'année (COVID)

Objectifs pédagogiques : Faire le point sur les connaissances et compétences sur la dérivation (à la maison ou en classe).

Voie : Technologique (Tronc commun)

Niveau de classe : Première

Thématique(s) du programme : Nombre dérivé – Tangente à une courbe en un point -Fonction dérivée - Variations et extremums d'un polynôme de degré inférieur ou égal à 3.

Pré-requis :

- Dérivée d'un polynôme de degré inférieur ou égal à 3 ;
– Sens de variation d'une fonction, lien avec le signe de la dérivée.

Résumé de l'article : Une fiche de sept exercices qui permet de consolider des automatismes dans la partie « Dérivation » du tronc commun.

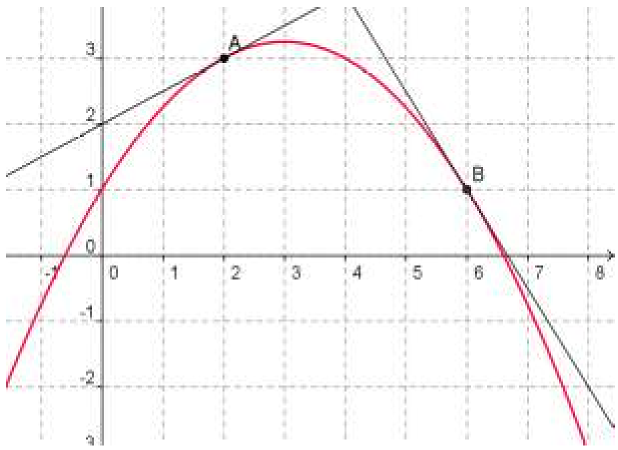
THEME : Dérivation

Exercice 1 : f est la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x^2 + 3$.

1. a) Calculer $f(1)$.
   b) Calculer le nombre dérivé $f'(1)$.

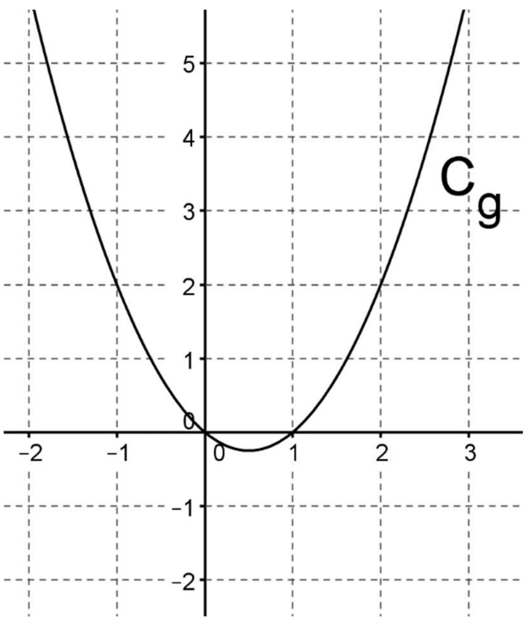
2. On considère la tangente T à la courbe de f au point d'abscisse 1.
   a) Préciser le coefficient directeur de T.
   b) En déduire une équation de la tangente T.

Exercice 2 :
On donne ci-contre la courbe qui représente une fonction f dérivable sur [-2 ; 8] ainsi que les tangentes aux points A et B de cette courbe.



1. Compléter :
   a) $f(2) =$... $f'(2) = \dots$
   b) $f(6) =$... $f'(6) = \dots$
2. Donner par lecture graphique une équation réduite de la tangente T à la courbe de f au point A.
3. A l'aide du graphique, donner le signe de $f'(4)$.

Exercice 3 :
Voici la courbe C_g d'une fonction g définie sur $\mathbb{R}$. Sa courbe admet au point M d'abscisse -1 une tangente T.



1. a) On admet que $g'(-1) = -3$.
   Tracer la tangente T.
   b) Donner par lecture graphique une équation de T.
2. L'expression de la fonction g est :
   $g(x) = x^2 - x$
   Retrouver par le calcul l'équation de T.

Exercice 4 : f est la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x^3 - 4x$.

1.Calculer la fonction dérivée f'.
2. Détermine une équation de la tangente T à la courbe de f au point A d'abscisse 2.

Contrôler votre réponse sur l'écran graphique d'une calculatrice.

Exercice 5 :
On considère la fonction f définie sur [-1 ; 6] par $f(x) = -x^3 + 6x^2 - 10$

1. f est dérivable sur [-1 ; 6]. On note f ' sa fonction dérivée.
   a) Calculer $f'(x)$.
   b) Vérifier que pour tout réel x de l'intervalle [-1 ; 6],
   $f'(x) = 3x(4 - x)$.
   c) Déterminer le tableau de signes de f' sur [-1 ; 6].
3. En déduire le tableau de variation de f sur [-1 ; 6].
4. Préciser le maximum de f sur [-1 ; 6]. En quelle valeur est-il atteint ?

Exercice 6 :
Voici le tableau de variation incomplet d'une fonction f définie et dérivable sur [-5 ; 4] :

x	-5		-1,5		3		4
Signe $f'(x)$		...	0	...	0	...	
Var f	3	$\searrow$	-2	$\nearrow$	6	$\searrow$	2

1. Compléter les pointillés par les signes + ou - .
2. Compléter par Vrai ou Faux :

On peut affirmer :

1. Le minimum de f sur [-5 ; 4] est 2.	Vrai □ Faux □
2. $f(1) < f(3)$	Vrai □ Faux □
3. $f'(-1) < 0$	Vrai □ Faux □
4. La tangente à la courbe de f au point d'abscisse 3 est horizontale.	Vrai □ Faux □
5. f est positive sur [3 ; 4]	Vrai □ Faux □
6. Pour tout réel x de [-5 ; 4], $2 \leqslant f(x) \leqslant 3$	Vrai □ Faux □

Exercice 7 :

Lors d'une épidémie observée sur une période de 60 jours, un institut de veille sanitaire a modélisé le nombre de personnes malades par la fonction *f* définie sur [0 ; 60] par :

$$f(x) = 0.1x^3 - 12x^2 + 360x$$

x représente le nombre de jours écoulés depuis le début de l'épidémie.

Version 1 (Prise initiative)

En étudiant cette fonction, prévoir le pic de l'épidémie.
En quel jour est-il prévu ?

Version 2 (Avec quelques étapes)

1. *f* est dérivable sur [0 ; 60]. On note *f* ' sa fonction dérivée.
   Montrer que pour tout réel *x* de l'intervalle [0 ; 60],
   $f'(x) = 0.3(x - 20)(x - 60)$.
2. En déduire le tableau de variation de *f* sur [0 ; 60].
3. En déduire le pic de l'épidémie, et en quel jour sera-t-il atteint ?

Version 3 (Classique)

1. *f* est dérivable sur [0 ; 60]. On note *f* ' sa fonction dérivée.
   Calculer $f'(x)$.
2. Montrer que pour tout réel *x* de l'intervalle [0 ; 60],
   $f'(x) = 0.3(x - 20)(x - 60)$.
3. Déterminer le tableau de signes de *f* ' sur [0 ; 60].
4. En déduire le tableau de variation de *f* sur [0 ;60].
5. Préciser le nombre maximum de malades sur la période de 60 jours. Quel jour sera-t-il atteint ?