Groupe de Réflexion Académique Lycée (GRAL)

en Mathématiques

Mai 2020

JORRO Fabienne et Rémi

Professeurs de mathématiques

Lycée Albert Camus– Fréjus 83600 – Var

Nature : Bilans de connaissances et de compétences en lien avec les attendus de fin d'année (COVID).

Objectifs pédagogiques : Calculs de probabilités dans des cas simples à l'aide de tableaux ou d'arbres de dénombrement ; expériences aléatoires à deux ou trois épreuves.

Voie : générale - technologique

Niveau de classe : 2nde

Thématique(s) du programme : Modéliser le hasard, calculer des probabilités.

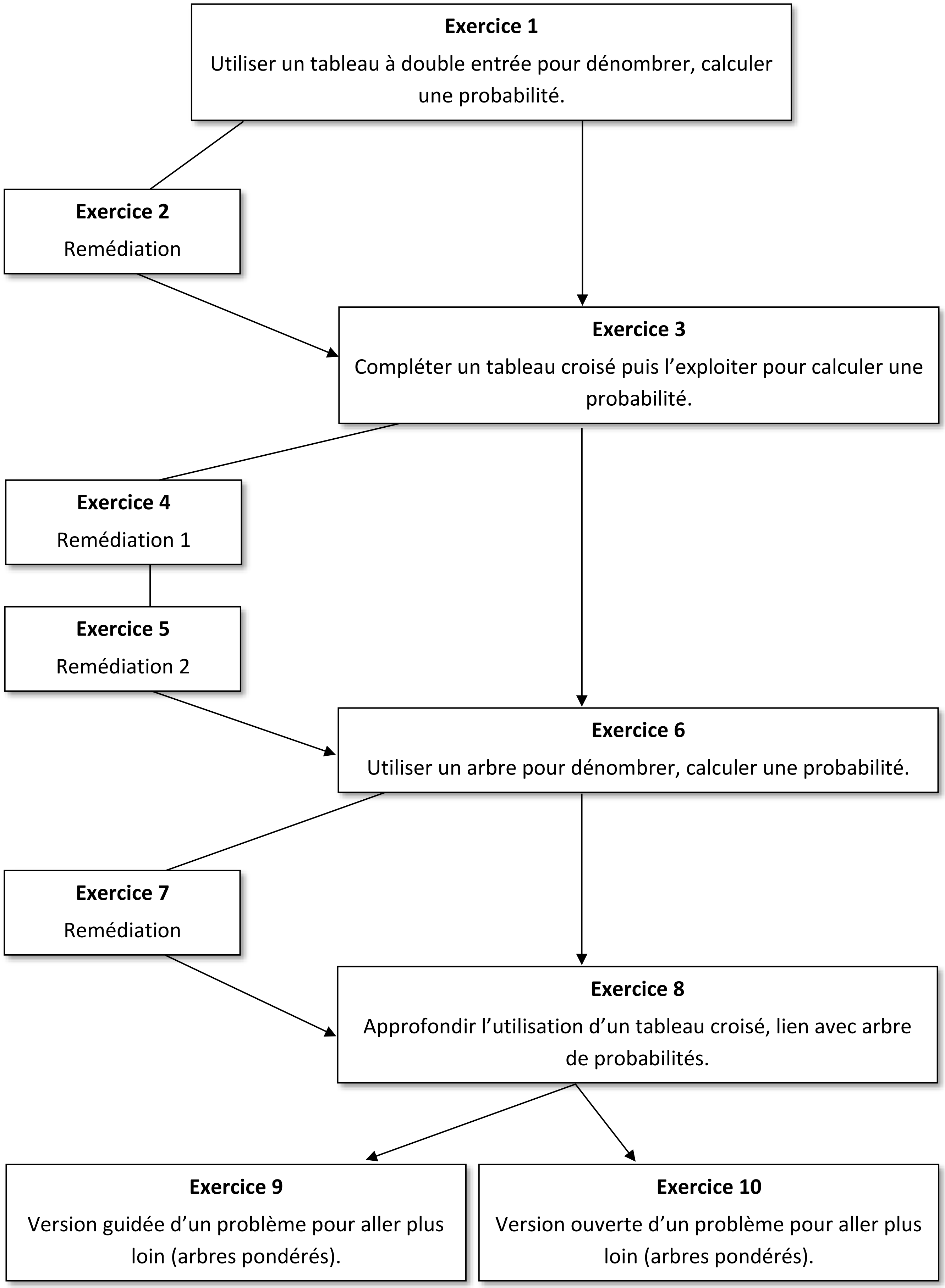
Résumé de l'article :

Un parcours différencié sur le thème des probabilités. A chaque étape, un ou des exercices de remédiation pour avancer au rythme de chacun. Selon les objectifs visés, le parcours peut s'arrêter à l'exercice 7 (programme exigible de 2nde) ou aller un peu plus loin avec l'exercice 8, voire commencer à aborder les arbres pondérés pour les élèves en demande.

On peut aussi exploiter la différentiation des exercices en ne donnant que ceux fléchés « remédiation » aux élèves les plus en difficultés ou encore prévoir des travaux de groupes lorsque cela sera de nouveau possible.

Des corrigés sont proposés en fin de fichier.

Parcours différencié sur les probabilités : plan de travail



Exercice 1

Dans un stand d'une fête foraine, on dispose de deux sacs opaques : l'un contenant 6 jetons numérotés de 1 à 6 et l'autre contenant 4 jetons numérotés de 1 à 4. Tous les jetons sont indiscernables au toucher.

Le jeu consiste à prélever un jeton dans chacun des sacs et à faire le produit des deux numéros obtenus. On gagne un gros lot si le produit vaut exactement 6 et on gagne un petit lot si le produit est supérieur à 13.

1°) Construire un tableau à double entrée pour dénombrer tous les produits possibles.

2°) A l'aide du tableau :

a) Déterminer la probabilité de gagner un gros lot.

b) Déterminer la probabilité de gagner un petit lot.

c) Déterminer la probabilité de perdre.

Exercice 2

On lance une pièce de monnaie équilibrée et on note le côté obtenu (pile P ou face F) puis on lance un dé tétraédrique équilibré (faces numérotées de 1 à 4). Par exemple, si on obtient face avec la pièce et 3 avec le dé, on notera le résultat F3.

1°) Compléter le tableau suivant avec les résultats possibles :

	1	2	3	4
P				
F				

2°) Combien cette expérience a-t-elle de résultats possibles ?

3°) a) Combien de résultats comportent un chiffre différent de 1 ?

b) En déduire la probabilité d'obtenir un chiffre autre que 1 dans le résultat.

4°) Quelle est la probabilité d'obtenir pile avec un chiffre pair ou face avec 3 ?

Exercice 3

Un petit producteur de fruits examine sa récolte du jour en s'intéressant au calibre des fruits et à leurs éventuels défauts. Il constate fièrement que $\frac{4}{5}$ des fruits récoltés n'ont pas de défaut et que 86% sont de calibre correct. Par contre, 5 fruits sont trop petits et parmi eux, 2 ont un défaut. Aucun fruit trop grand n'a de défaut.

1°) A l'aide des données de l'énoncé, compléter le tableau ci-dessous :

	Calibre correct	Calibre trop petit	Calibre trop grand	Total
Avec défaut				
Sans défaut				
Total				50

2°) Le producteur prélève un fruit au hasard dans sa récolte du jour.

a) Quelle est la probabilité qu'il prélève un fruit ayant un défaut ?

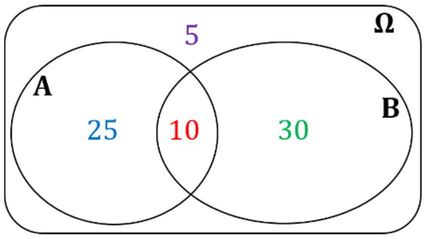
b) Quelle est la probabilité qu'il prélève un fruit trop petit avec un défaut ?

c) Quelle est la probabilité qu'il prélève un fruit de calibre incorrect sans défaut ?

d) Quelle est la probabilité qu'il prélève un fruit de calibre correct ou un fruit trop petit ?

Exercice 4

A et B sont deux événements d'une même expérience aléatoire d'univers Ω.
On donne le diagramme de Venn ci-contre :



1°) Les propositions suivantes sont-elles vraies ou fausses ?

a) « 25 éléments sont dans A mais pas dans B. »
b) « L'ensemble B contient 40 éléments. »
c) « 10 éléments sont dans $A \cap B$. »
d) « 5 éléments ne sont ni dans A ni dans B. »
e) « $A \cup B$ contient 75 éléments. »

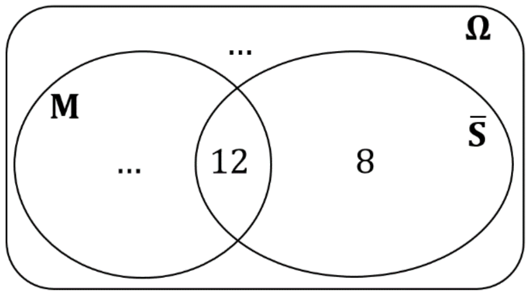
2°) Utiliser le diagramme pour compléter le tableau croisé suivant :

	A	$\bar{A}$	Total
B			
$\bar{B}$			
Total			

Exercice 5

Le tableau croisé et le diagramme ci-dessous modélisent la même situation.

	M	$\bar{M}$	Total
S	16	…	…
$\bar{S}$	…	…	…
Total	…	40	…



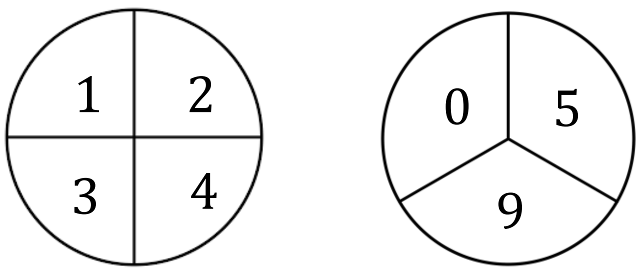
1°) Compléter les deux représentations (bien lire les ensembles représentés dans le diagramme).

2°) En déduire les probabilités suivantes :

a) $P(M)$ b) $P(\bar{M} \cap S)$ c) $P(M \cup S)$

Exercice 6

On fait tourner deux roues de loterie A et B comportant chacune des secteurs identiques comme sur le schéma ci-dessous :



Roue A *Roue B*

1°) Modéliser cette expérience par un arbre des possibles.

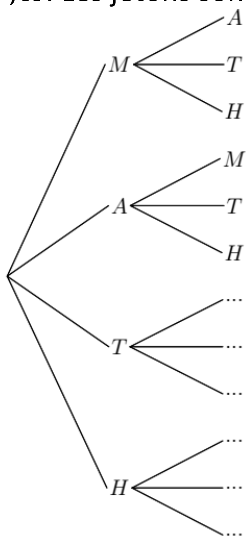
2°) On s'intéresse aux deux chiffres obtenus dans l'ordre (roue A d'abord puis roue B) afin de former un nombre : la roue A indique le chiffre des dizaines et la roue B indique le chiffre des unités.

a) Quelle est la probabilité d'obtenir un nombre pair ?

b) Quelle est la probabilité d'obtenir un multiple de 5 ?
c) Quelle est la probabilité d'obtenir un nombre inférieur à 36 ?
d) Quelle est la probabilité d'obtenir un nombre premier ?

Exercice 7

Une boîte opaque contient quatre jetons marqués chacun d'une lettre M, A, T, H. Les jetons sont indiscernables au toucher.
On tire au hasard successivement deux lettres de la boîte
(en gardant les jetons en main au fur et à mesure, tirages sans remise).



1°) Compléter l'arbre ci-contre qui modélise la situation :

2°) Combien il y a-t-il de tirages possibles ?

3°) a) Combien de tirages comportent la lettre T ?
b) En déduire la probabilité d'obtenir la lettre T à l'issue de l'expérience.

4°) Quelle est la probabilité de finir par un H ?

5°) Quelle est la probabilité d'obtenir un M et un A ?

6°) Quelle est la probabilité d'obtenir un M ou un A (ou les deux) ?

Exercice 8

A bord d'un bateau de croisière, il y a 4 000 personnes. Chaque personne à bord du bateau est soit un touriste, soit un membre de l'équipage. On sait que 32,5% des personnes à bord sont des touristes hommes et qu'aucun des 320 enfants n'est membre de l'équipage.

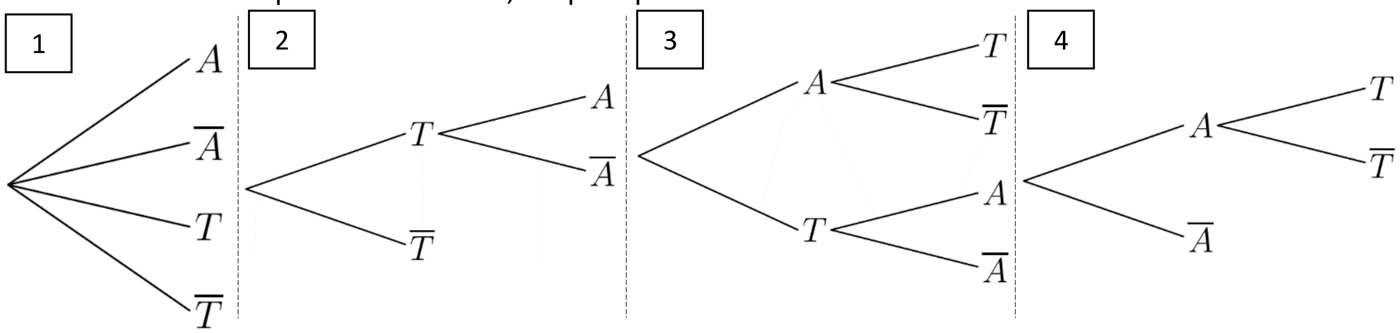
1°) A l'aide des données de l'énoncé, compléter le tableau suivant :

	Hommes	Femmes	Enfants	Total
Touristes				**3 100**
Membres de l'équipage				
Total	**1 740**			**4 000**

2°) Une personne étant donc choisie au hasard parmi les passagers :
a) Peut-on dire qu'il y a moins d'une chance sur quatre que ce soit un membre de l'équipage ?
b) Peut-on dire qu'il y a plus de neuf chances sur dix que ce ne soit pas une femme membre de l'équipage ?
c) Quelle est la probabilité que cette personne soit un homme (touriste ou membre de l'équipage) ?
d) Quelle est la probabilité que cette personne soit un touriste adulte ?
e) Quelle est la probabilité que cette personne ne soit pas un enfant ?

3°) On choisit une personne au hasard parmi les passagers et on note :
A : « le passager est un adulte » et T : « le passager est un touriste ».

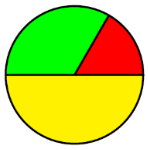
Parmi les arbres des possibles suivants, lesquels peuvent modéliser la situation ?



Exercice 9

Un forain propose de choisir entre deux jeux :

Jeu n°1 : O*n fait tourner une roue divisée en trois secteurs (un secteur rouge de mesure 60°, un secteur vert de mesure 120° et un secteur jaune de mesure 180°) puis on lance un dé cubique équilibré. On gagne un gros lot si la couleur sortie sur la roue est « rouge » et si le dé sort un six. On gagne un petit lot si la couleur sortie sur la roue est « vert » et si le dé sort un numéro impair. Dans les autres cas, on perd.*



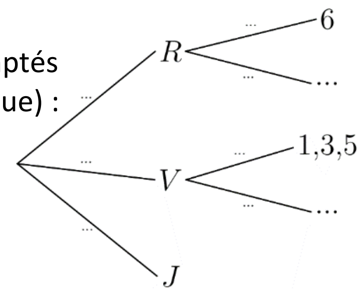

Jeu n°2 : *On lance deux dés cubiques équilibrés. On gagne un gros lot si on obtient un double six. On gagne un petit lot si on obtient deux numéros impairs. Dans les autres cas, on perd.*

1°) <u>On s'intéresse au jeu n°1</u> :

a) Lorsqu'on fait tourner la roue, quelle est la probabilité d'obtenir le secteur rouge ? le secteur vert ?

b) Lorsqu'on lance le dé, quelle est la probabilité d'obtenir un 6 ? un numéro impair ?

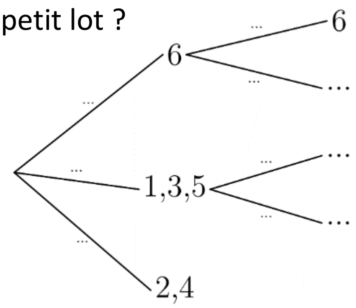
c) Compléter l'arbre pondéré suivant (en prenant en compte les résultats escomptés sur le dé selon la couleur obtenue sur la roue) :



d) En déduire quelle est la probabilité de gagner un gros lot ? un petit lot ?

2°) <u>On s'intéresse au jeu n°2</u> :

a) Compléter l'arbre pondéré suivant (en prenant en compte les résultats escomptés sur le second dé selon le nombre obtenu sur le premier dé) :



b) En déduire quelle est la probabilité de gagner un gros lot ? un petit lot ?

3°) Quel jeu est à privilégier pour avoir la meilleure probabilité de ne pas perdre ?

Exercice 10

Un forain propose de choisir entre deux jeux :

Jeu n°1 : *On fait tourner une roue divisée en trois secteurs (un secteur rouge de mesure 60°, un secteur vert de mesure 120° et un secteur jaune de mesure 180°) puis on lance un dé cubique équilibré. On gagne un gros lot si la couleur sortie sur la roue est « rouge » et si le dé sort un six. On gagne un petit lot si la couleur sortie sur la roue est « vert » et si le dé sort un numéro impair. Dans les autres cas, on perd.*

Jeu n°2 : *On lance deux dés cubiques équilibrés. On gagne un gros lot si on obtient un double six. On gagne un petit lot si on obtient deux numéros impairs. Dans les autres cas, on perd.*

1°) Quel jeu faut-il choisir pour optimiser ses chances de gagner un gros lot ?

2°) Dans quel jeu a-t-on une meilleure probabilité de ne pas perdre ?

Corrigés

Exercice 1

1°) Tableau à double entrée pour dénombrer tous les produits possibles :

	1	2	3	4	5	6
1	1	2	3	4	5	6
2	2	4	6	8	10	12
3	3	6	9	12	15	18
4	4	8	12	16	20	24

2°) a) Probabilité de gagner un gros lot, c'est-à-dire d'obtenir un produit égal à 6 : il y a 3 cases sur les 24 qui contiennent 6. La probabilité cherchée est $\frac{3}{24} = \frac{1}{8} = 0{,}125$.

b) Probabilité de gagner un petit lot, c'est-à-dire d'obtenir un produit supérieur à 13 : il y a 5 cases sur les 24 qui contiennent un nombre supérieur à 13 (15 ;16 ; 18 ; 20 et 24). La probabilité cherchée est $\frac{5}{24}$ soit environ 0,21.

c) Probabilité de perdre, c'est-à-dire de ne pas gagner : puisqu'il y a 8 cases gagnantes parmi les 24, c'est qu'il y en a 16 perdantes. La probabilité cherchée est $\frac{16}{24} = \frac{2}{3}$ soit environ 0,67.

Exercice 2

1°) Tableau avec les résultats possibles :

	1	2	3	4
P	P1	P2	P3	P4
F	F1	F2	F3	F4

2°) Cette expérience a 8 résultats possibles.

3°) a) Il y a 6 résultats qui comportent un chiffre différent de 1.

b) La probabilité d'obtenir un chiffre autre que 1 dans le résultat est $\frac{6}{8} = \frac{3}{4} = 0{,}75$.

4°) Probabilité d'obtenir pile avec un chiffre pair ou face avec 3 : les issues correspondantes sont P2, P4 et F3. Il y a 3 résultats qui conviennent parmi les 8 possibles. La probabilité cherchée est $\frac{3}{8} = 0{,}375$.

Exercice 3

1°) Tableau complété à l'aide des données de l'énoncé :

	Calibre correct	Calibre trop petit	Calibre trop grand	Total
Avec défaut	8	2	0	10
Sans défaut	35	3	2	40
Total	43	5	2	50

2°) Le producteur prélève un fruit au hasard dans sa récolte du jour.

a) Probabilité qu'il prélève un fruit ayant un défaut : $\frac{10}{50} = \frac{1}{5} = 0{,}2$.

b) Probabilité qu'il prélève un fruit trop petit avec un défaut : $\frac{2}{50} = \frac{1}{25} = 0{,}04$.

c) Probabilité qu'il prélève un fruit de calibre incorrect sans défaut : $\frac{3+2}{50} = \frac{1}{10} = 0{,}1$.

d) Probabilité qu'il prélève un fruit de calibre correct ou un fruit trop petit : $\frac{43+5}{50} = \frac{24}{25} = 0{,}96$ ou en utilisant l'événement contraire « prélever un fruit trop grand » : $1 - \frac{2}{50} = \frac{48}{50} = 0{,}96$.

Exercice 4

1°) Les propositions suivantes sont-elles vraies ou fausses ?

a) « 25 éléments sont dans A mais pas dans B. » VRAI
b) « L'ensemble B contient 40 éléments. » VRAI
c) « 10 éléments sont dans $A \cap B$. » VRAI
d) « 5 éléments ne sont ni dans A ni dans B. » VRAI
e) « $A \cup B$ contient 75 éléments. » FAUX (les éléments dans l'intersection ne doivent être comptés qu'une seule fois. $A \cup B$ contient 65 éléments)

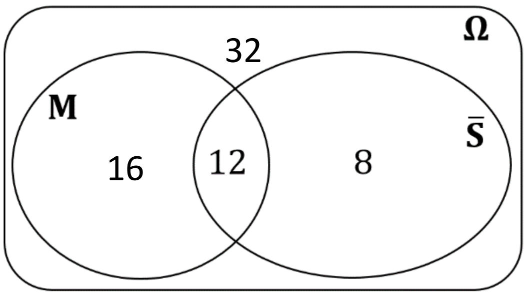
2°) Utiliser le diagramme pour compléter le tableau croisé suivant :

	A	$\bar{A}$	Total
B	10	30	40
$\bar{B}$	25	5	30
Total	35	35	70

Exercice 5

1°) Les deux représentations complétées :

	M	$\bar{M}$	Total
S	16	32	48
$\bar{S}$	12	8	20
Total	28	40	68

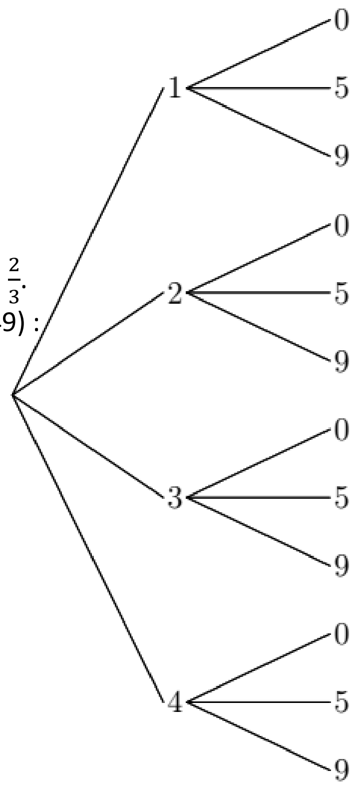


2°) a) $P(M) = \frac{28}{68} = \frac{7}{17}$ b) $P(\bar{M} \cap S) = \frac{32}{68} = \frac{8}{17}$

c) $P(M \cup S) = P(M) + P(S) - P(M \cap S) = \frac{28}{68} + \frac{48}{68} - \frac{16}{68} = \frac{60}{68} = \frac{15}{17}$

Exercice 6

1°) Arbre des possibles qui modélise l'expérience :



2°) a) Probabilité d'obtenir un nombre pair (le nombre finit ici par 0) : $\frac{4}{12} = \frac{1}{3}$.

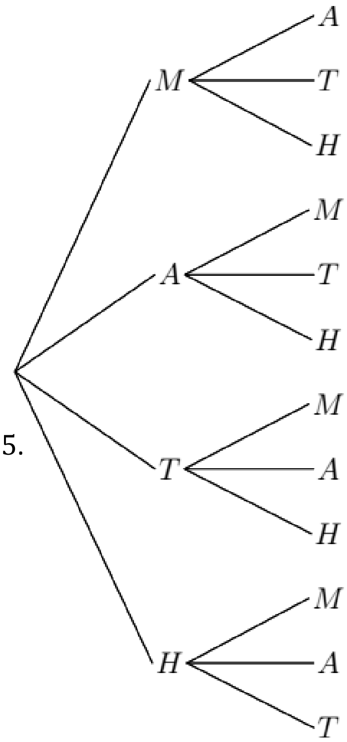
b) Probabilité d'obtenir un multiple de 5 (le nombre finit ici par 0 ou 5) : $\frac{8}{12} = \frac{2}{3}$.

c) Probabilité d'obtenir un nombre inférieur à 36 (ici tout sauf 39, 40, 45 ou 49) : $\frac{12-4}{12} = \frac{8}{12} = \frac{2}{3}$.

d) Probabilité d'obtenir un nombre premier (ici 19 ou 29) : $\frac{2}{12} = \frac{1}{6}$.

Exercice 7

1°) Arbre qui modélise la situation :



2°) Il y a 12 tirages possibles.

3°) a) 6 tirages comportent la lettre T.

b) La probabilité d'obtenir la lettre T à l'issue de l'expérience est donc $\frac{6}{12} = \frac{1}{2} = 0{,}5$.

4°) La probabilité de finir par un H est $\frac{3}{12} = \frac{1}{4} = 0{,}25$.

5°) La probabilité d'obtenir un M et un A est $\frac{2}{12} = \frac{1}{6}$.

6°) La probabilité d'obtenir un M ou un A ou les deux est $\frac{10}{12} = \frac{5}{6}$.

Exercice 8

1°) Tableau complété à l'aide des données de l'énoncé :

	Hommes	Femmes	Enfants	Total
Touristes	1 300	1 480	320	**3 100**
Membres de l'équipage	440	460	0	900
Total	**1 740**	1 940	320	**4 000**

2°) Une personne étant donc choisie au hasard parmi les passagers :

a) Il y a 900 membres de l'équipage parmi les 4 000 passagers. Or $\frac{900}{4000} < \frac{1}{4}$, donc on peut dire qu'il y a moins d'une chance sur quatre que la personne choisie au hasard soit un membre de l'équipage.

b) Il y a 460 femmes membres de l'équipage parmi les 4 000 passagers. Il y a donc 3 540 passagers qui ne sont pas une femme membre de l'équipage. Or $\frac{9}{10} \times 4000 = 3600$. On ne peut donc pas dire qu'il y a plus de neuf chances sur dix que la personne choisie au hasard ne soit pas une femme membre de l'équipage.

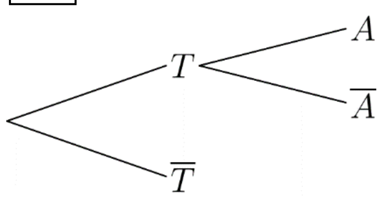
c) Probabilité que cette personne soit un homme (touriste ou membre de l'équipage) : $\frac{1740}{4000} = 0{,}435$.

d) Probabilité que cette personne soit un touriste adulte : $\frac{1300+1480}{4000} = \frac{2780}{4000} = 0{,}695$.

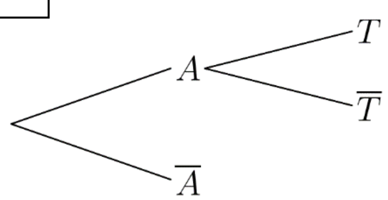
e) Probabilité que cette personne ne soit pas un enfant : $1 - \frac{320}{4000} = \frac{3680}{4000} = 0{,}92$.

3°) On choisit une personne au hasard parmi les passagers et on note :
A : « le passager est un adulte » et T : « le passager est un touriste ».
Arbres des possibles qui peuvent modéliser la situation :

2



4



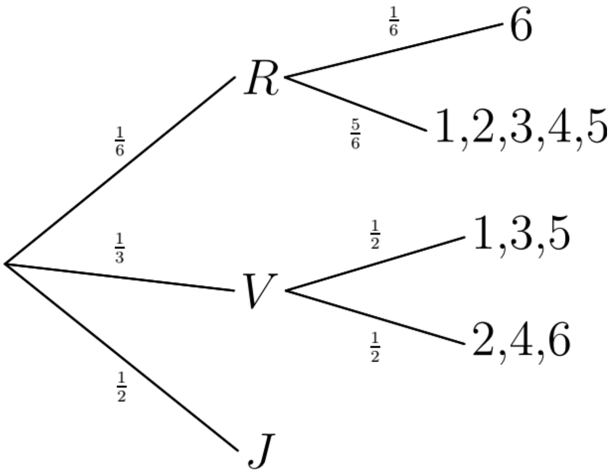
Exercices 9 / 10

1°) On s’intéresse au jeu n°1 :

a) Lorsqu’on fait tourner la roue, la probabilité d’obtenir le secteur rouge est $\frac{60}{360} = \frac{1}{6}$ et celle d’obtenir le secteur vert est $\frac{120}{360} = \frac{1}{3}$.

b) Lorsqu’on lance le dé, La probabilité d’obtenir un 6 est $\frac{1}{6}$ et celle d’obtenir un numéro impair est $\frac{3}{6} = \frac{1}{2}$.

c) Arbre pondéré complété :

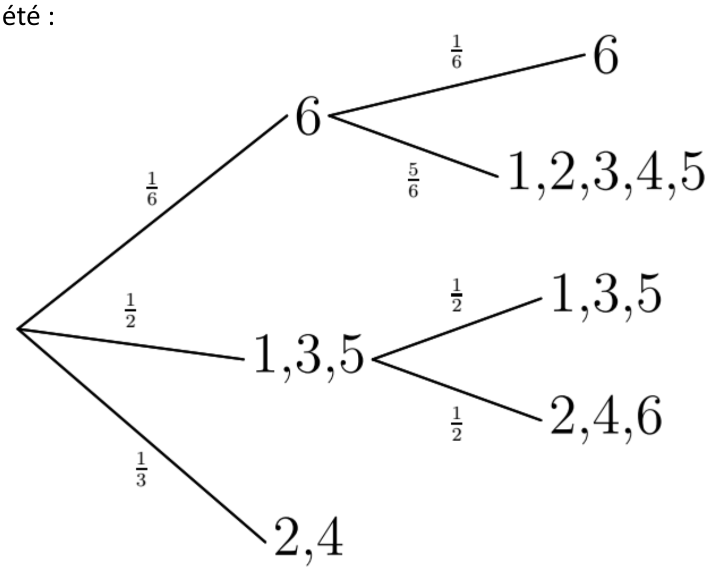


d) La probabilité de gagner un gros lot est $\frac{1}{6} \times \frac{1}{6} = \frac{1}{36}$.

La probabilité de gagner un petit lot est $\frac{1}{3} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{6}$.

2°) On s’intéresse au jeu n°2 :

a) Arbre pondéré complété :



b) La probabilité de gagner un gros lot est $\frac{1}{6} \times \frac{1}{6} = \frac{1}{36}$ (même probabilité qu’avec le jeu n°1).

La probabilité de gagner un petit lot est $\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$.

3°) Le jeu à privilégier pour avoir la meilleure probabilité de ne pas perdre est le jeu n°2.