Groupe de Réflexion Académique Lycée (GRAL)

en Mathématiques

Mai 2020

Gourjon – Cédric

Professeur de mathématiques

Lycée Simone Veil à Valbonne dans les Alpes Maritimes

Outils : *Sur feuille*

Nature : *bilans de connaissances et de compétences en lien avec les attendus de fin d'année (COVID)*

Objectifs pédagogiques : *Proposition d'un bilan de connaissances et de compétences utilisable par les professeurs.*

Voie : *générale*

Niveau de classe : *Première spécialité mathématiques*

Thématique(s) du programme : *la maitrise de la fonction exponentielle*

Pré-requis : *dérivée, tangente, définition de la fonction exponentielle, propriétés algébriques, variations de la fonction exponentielle, fonctions* $t \longrightarrow e^{kt}$ *et* $t \longrightarrow e^{-kt}$, *k réel.*

Voici une série d'exercices bilans conformes aux attendus de fin d'année (COVID).

Les exercices proposés ci-dessous couvrent l'ensembles des compétences à maîtriser à la fin du chapitre sur la fonction exponentielle.

Les exercices ne présentent pas de difficultés particulières.

Exercice I :

Déterminer une fonction f définie et dérivable sur ℝ, telle que f' = f et f(0) = -4.

Exercice II :

1) *Simplifier les expressions suivantes :*

a) $\exp(4)\times\exp(-5)$ b) $e^{-1}\times e^{2}\times e^{-0,5}$ c) $(e^{3})^{2}\times e^{5}$

d) $\left(\dfrac{e^{-4}}{e^{2}}\right)^{3}$ e) $\dfrac{e^{-2}\times e^{9}}{e^{2}}$ f) $\dfrac{e^{4}\times\left(e^{2}\right)^{3}}{e^{-3}}$

2) *Indiquer si les affirmations suivantes sont justes ou fausses, puis justifier.*

a) Pour tout réel x, $e^{x}+e^{x+1}=e^{2x+1}$

b) Pour tout réel x, $1-\dfrac{e^{-x}}{1+e^{-x}}=\dfrac{e^{x}}{1+e^{x}}$

c) Pour tout réel x, $\dfrac{e^{2x}-1}{e^{2x}+1}=-1$

Exercice III :

1) *Résoudre dans ℝ les équations suivantes :*

a) $xe^{x}-3e^{x}=0$ b) $e^{x^2}-e^{x+1}=0$ c) $(e^{x}-e^{2})(e^{-x}+5)=0$

2) a) *Résoudre dans ℝ l'équation* $X^2+6X-7=0$.

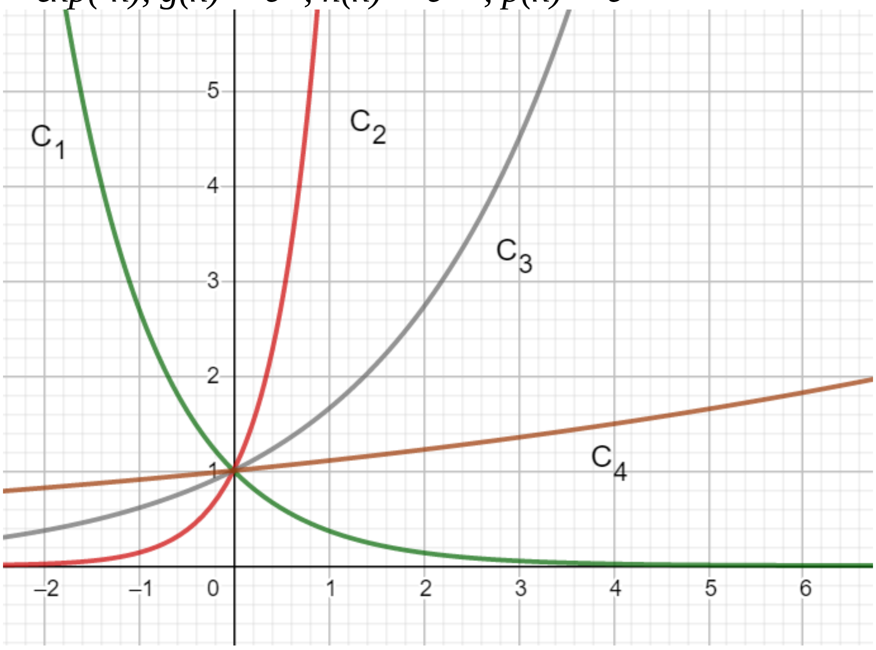
b) *En déduire les solutions de l'équation* $e^{2x}+6e^{x}-7=0$

Exercice IV :

1) *Soit k et m deux réels tels que* $k<m$.

a) *Etudier sur* $[0;+\infty[$ *le signe de l'expression* $e^{kx}-e^{mx}$.

2) *On a tracé dans un repère orthonormé les courbes* C_1, C_2, C_3 *et* C_4 *représentations graphique des fonctions* $f(x)=\exp(-x)$, $g(x)=e^{2x}$, $h(x)=e^{0,5x}$, $p(x)=e^{0,1x}$



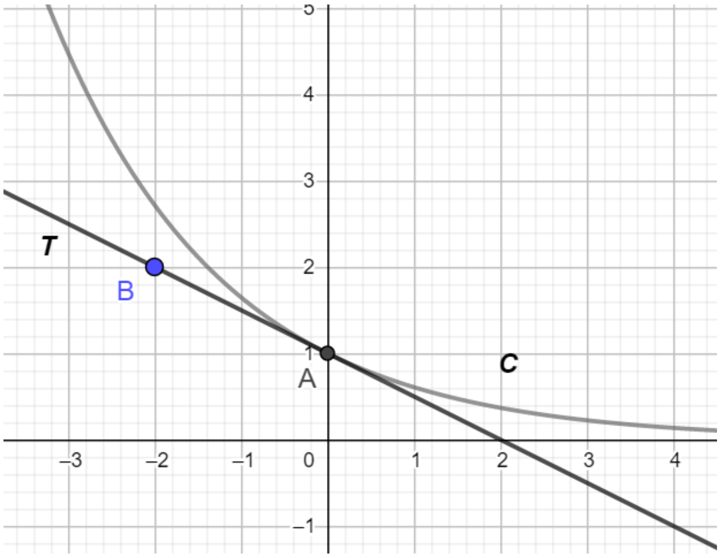
Associer à chaque fonction sa courbe représentative.

Exercice V :

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$f(t) = e^{kt} \text{ où } k \text{ désigne un nombre réel.}$$

*La tangente **T** à la courbe **C** au point A(0;1) passe par le point B(-2 ;2).*

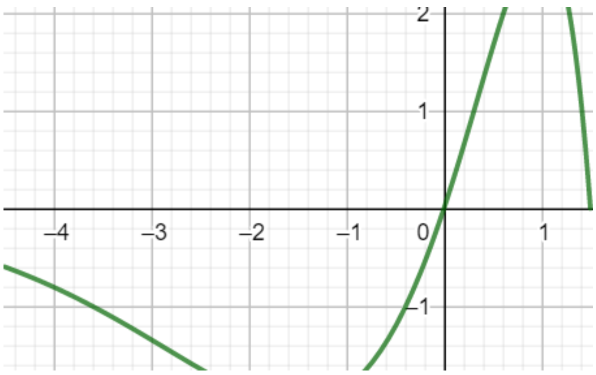


a) *Déterminer g'(0).*
b) *Exprimer g'(t) en fonction de t et k.*
c) *En déduire la valeur de k et l'expression de la fonction g.*

Exercice VI :

Susanne a tracé la courbe représentative de la fonction f définie sur [–4,5 ;1,5] par :

$$f(x) = (-2x^2 + 3x)e^x$$



L'affichage de la calculatrice n'est pas satisfaisant et ne permet pas de visualiser la valeur des extremums de f. Proposer en justifiant et sans tracer la courbe de la fonction à la calculatrice une fenêtre plus adaptée.

Exercice VII :

On considère la suite (u_n) définie pour tout nombre entier naturel n par :

$$u_n = 2\,\frac{e^{2,8n}}{e^{0,8n-1}}$$

Démontrer que la suite (u_n) est une suite géométrique. Préciser son premier terme et sa raison.

Exercice VIII :

Résoudre dans $\mathbb{R}$ les inéquations suivantes :

1) $3e^x - xe^x > 0$ 2) $e^{x^2+5x} - e^6 \leq 0$ 3) $2xe^{-x} + 4x^2e^{-x} < 0$

4) $- e^{3x} > 0$ 5) $7(x^2 - 1)e^{x+1} \leq 0$ 6) $e^{x^2} > 1$

Exercice IX :

Emma a étudié la croissance de son chiot depuis qu'elle l'a adopté. La hauteur de son chien, en centimètre, t mois après l'adoption, est modélisée par la fonction f définie sur l'intervalle [0,+∞[par :

$$f(t) = \frac{120e^t}{e^t + 3}$$

1) Calculer la hauteur du chiot le jour de l'adoption.
2) Démontrer que pour tout nombre réel t de l'intervalle [0 ;+∞[:

$$f'(t) = \frac{360e^t}{(e^t + 3)^2}$$

3) En déduire le tableau de variation de la fonction f.
4) Déterminer, à l'aide de la calculatrice, au bout de combien de mois le chiot dépassera 1m.

Exercice X :

*On a représenté ci-contre la courbe représentative **C** de la fonction exponentielle ainsi de la tangente **T** à cette courbe au point A d'abscisse 1.*

1) Conjecturer la position relative de la ***C*** *par rapport à **T**.*
2) *Donner une équation de **T**.*
3) *Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par :*

$$f(x) = e^x - ex$$

   a) *Etudier le signe de f'(x) sur $\mathbb{R}$.*
   b) *Dresser le tableau de variation de la fonction f.*
4) *Démontrer la conjecture faite à la question 1.*