Région académique
PROVENCE-ALPES-CÔTE D'AZUR

Groupe de Réflexion Académique Lycée (GRAL)

en Mathématiques

Mai 2020

Gourjon – Cédric

Professeur de mathématiques

Lycée Simone Veil à Valbonne dans les Alpes Maritimes

Outils : *Sur feuille*

Nature : *bilans de connaissances et de compétences en lien avec les attendus de fin d'année (COVID)*

Objectifs pédagogiques : *Proposition d'un bilan de connaissances et de compétences utilisable par les professeurs.*

Voie : *générale*

Niveau de classe : *Première spécialité mathématiques*

Thématique(s) du programme : *Automatismes sur les fonctions polynômes du 2nd degré (tout ce qui relève des activités mentales, y compris dans le registre graphique)*

Pré-requis : *fonctions polynômes du 2nd degré, formes développée, canonique, factorisée, somme et produit des racines, équations et inéquations du second degré, courbes d'équation $y = ax^2 + bx + c$, axe de symétrie.*

Voici une série d'exercices bilans conformes aux attendus de fin d'année (COVID).

Cette fiche d'exercices n'a pas été conçue comme une liste d'automatismes indépendants les uns des autres. En effet, la plupart des exercices comportent plusieurs questions. Chaque question d'un même exercice permet en général de travailler un automatisme. En d'autres termes, un exercice complet permettra à l'élève de travailler plusieurs automatismes. Libre ensuite au professeur de laisser toutes les questions ou de ne sélectionner que celles qui l'intéressent voire de détailler davantage les procédures dans le cadre d'un bilan différencié.

Exercice I :

On considère la fonction f du second degré définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = ax^2+bx+c$ où a, b et c sont des réels et dont le tableau de variations est le suivant :

x	$-\infty$		-2		0		$+\infty$
$f(x)$		↗	-5	↘	-8	↘	

On appelle Δ le discriminant de f.

Sans faire de calcul, donner en justifiant :

1) La valeur de c.
2) Le signe de a.
3) Le signe de Δ.

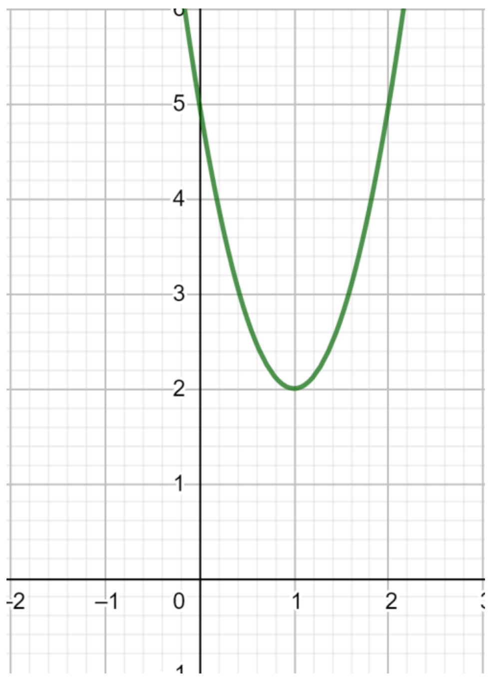
Exercice II :

On considère une fonction f du second degré définie sur $\mathbb{R}$.

Sa forme canonique est donnée par :

$f(x) = a(x - \alpha)^2+\beta$ où a, α et β sont des réels.

On a représenté ci-contre la courbe représentative de la fonction f.



Sans faire de calcul, donner en justifiant :

1) La valeur de α.
2) La valeur de β.
3) $f(0)$.

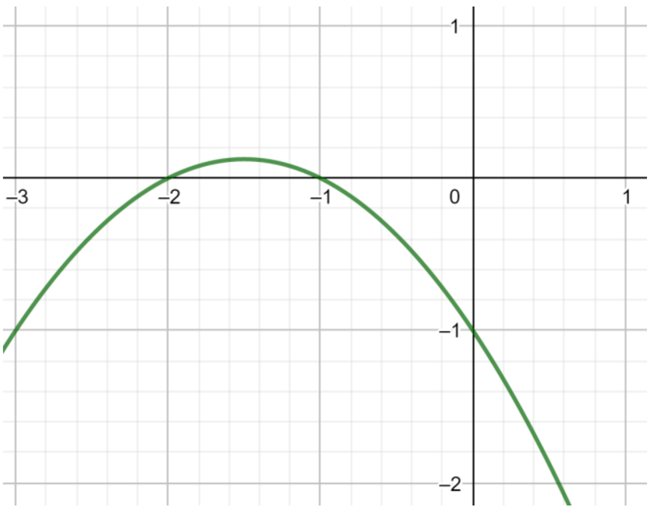
En déduire par le calcul la valeur de a puis la forme canonique de la fonction f.

Exercice III:

On considère la fonction f du second degré définie sur $\mathbb{R}$. Sa forme factorisée est donnée par :

$f(x) = a(x - x_1)(x - x_2)$ où a, x_1 et x_2 sont des réels et $x_1 < x_2$.

On a représenté ci-contre la courbe représentative de la fonction f.



Sans faire de calcul, donner en justifiant :

1) La valeur de x_1.
2) La valeur de x_2.
3) $f(0)$.

En déduire par le calcul la valeur de a puis la forme factorisée de la fonction f.

Exercice IV:

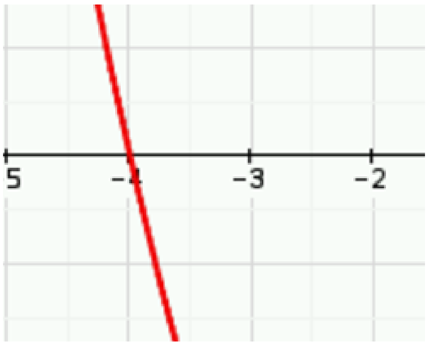
On considère une parabole $\mathcal{P}$ d'équation $y = ax^2 + bx + c$ où a, b et c sont des réels.

Dans les deux cas suivants déterminer une équation de la parabole $\mathcal{P}$ et de son axe de symétrie.

1) Les points d'intersection de $\mathcal{P}$ avec l'axe (Ox) ont pour abscisse -3 et 2. Le point d'intersection de $\mathcal{P}$ avec l'axe (Oy) a pour ordonnée 6.
2) $\mathcal{P}$ coupe l'axe des abscisses en un seul point $A(-\frac{1}{4} ;0)$ et l'axe des ordonnées en $B(0 ; -\frac{1}{2})$.

Exercice VI :

On considère la fonction f du second degré définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = 2x^2 + bx - 8$ où b est un réel fixé non donné. Ci-dessous, on a tracé la représentation graphique de f à la calculatrice :



1) Déterminer graphiquement une première racine de f.
2) Donner, en justifiant, le signe de l'autre racine de f.
3) Sans chercher à déterminer b, déduire par le calcul la deuxième racine de f.
4) En déduire la valeur de b.

Exercice VII :

On considère la fonction f du second degré définie sur $\mathbb{R}$ et $\mathscr{P}$ sa courbe représentative . Sa forme canonique est donnée par $f(x) = 8(x + 1)^2 - 2$.

1) Vérifier que sa forme développée est donnée par $f(x) = 8x^2 + 16x + 6$ et sa forme factorisée par $f(x) = 8(x + \frac{1}{2})(x + \frac{3}{2})$.
2) Utiliser la forme la plus appropriée pour :
   a) Déterminer l'ordonnée du point d'intersection de $\mathscr{P}$ avec l'axe des ordonnées.
   b) Déterminer les abscisses des points d'intersection de $\mathscr{P}$ avec l'axe des abscisses.
   c) Calculer f(-1) et f($\sqrt{2}$).
   d) Montrer que pour tout réel $x, f(x) \geq -1$.
   e) Résoudre f(x) = 6.
   f) Résoudre f(x) = $8x^2$.

Exercice VIII :

Un éleveur souhaite clôturer un terrain rectangulaire d'une superficie de 112 500 m^2. Pour cela, il dispose de 1400 m linéaire de clôture.

Quelles sont les dimensions du terrain de cet éleveur ?

Exercice IX :

On considère l'équation du second degré : $-2x^2 + 7x - 2 = 0$.

1) Justifier que cette équation admet deux solutions x_1 et x_2
2) Sans calculer x_1 et x_2, déterminer les valeurs des expressions suivantes :
   $x_1 + x_2$, x_1x_2 , $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2}$, $x_1^2 + x_2^2$.

Exercice X :

Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes (on évitera l'utilisation du discriminant lorsque cela n'est pas nécessaire) :

1) $-x^2 + 10x = 0$.
2) $5x^2 - 4x - 1 = 0$.
3) $x^2 - \sqrt{7}x + 1 + \sqrt{7} = 0$.
4) $\frac{1}{4}x^2 - \frac{4}{3}x + 1 = 0$.
5) $9x^2 + 12x + 4 = 0$.
6) $x^2 - x = 1$.

Exercice XI :

Résoudre dans E les inéquations suivantes (on évitera l'utilisation du discriminant lorsque cela n'est pas nécessaire) :

1) $-(x-2)(x+3) > 0$, $E = \mathbb{R}$.
2) $2x \geq 1 + x^2$, $E = \mathbb{R}$.
3) $-4 - (x+3)^2 < 0$, $E = \mathbb{R}$.
4) $x^2 - 3x \leq 4$, $E = \mathbb{R}$.
5) $(x^2 + 3x + 7)(x-2) > 0$, $E = \mathbb{R}$.
6) $\frac{4x^2 + x - 3}{3x+1} \leq 0$, $E = \mathbb{R}\backslash\{-\frac{1}{3}\}$.

Exercice XII :

On considère la parabole $\mathscr{P}$ d'équation $y = -x^2 + 7x - 10$.

Les points A appartient à la courbe, B et C sont les points d'intersection de $\mathscr{P}$ avec l'axe (Ox).

Où placer le point A pour que l'aire du triangle ABC soit maximale ?