Région académique
PROVENCE-ALPES-CÔTE D'AZUR

Groupe de Réflexion Académique Lycée (GRAL)

en Mathématiques

Mai 2020

JORRO Fabienne et Rémi

Professeurs de mathématiques

Lycée Albert Camus – Fréjus 83600 – Var

Nature : Bilans de connaissances et de compétences en lien avec les attendus de fin d'année (COVID).

Objectifs pédagogiques : Pour une suite arithmétique ou géométrique, calculer le terme général.

Voie : Générale

Niveau de classe : Spécialité mathématiques en 1$^{\text{ère}}$

Thématique(s) du programme : Algèbre ; suites numériques, modèles discrets.

Pré-requis : Suites arithmétiques et suites géométriques : exemples, définition, calcul du terme général.

Résumé de l'article :

Série de dix exercices variés (cinq sur les suites arithmétiques, cinq sur les suites géométriques) pour lesquels on s'intéresse à l'expression du terme général de la suite étudiée.

Partie A : suites arithmétiques

Exercice 1

Soit $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ une suite arithmétique de raison r.
Compléter les expressions suivantes :

a) $a_{13} = a_5 + \cdots \times r$ b) $a_{52} = a_{40} + \cdots \times r$

c) $a_2 = a_6 + \cdots \times r$ d) Pour tous entiers naturels n et p, $a_n = a_p + \cdots \times r$

Exercice 2

1°) $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est une suite arithmétique de raison 2 et de premier terme $u_0 = 30$.
Pour tout entier naturel n, exprimer u_n en fonction de n.

2°) $(v_n)_{n\in\mathbb{N}^*}$ est une suite arithmétique de raison 10 et de premier terme $v_1 = -5$.
Pour tout entier naturel n non nul, exprimer v_n en fonction de n.

Exercice 3

Le lundi 11 mai, Diane commence son entrainement et cours 3 km. Chaque lundi suivant, elle augmente son parcours de course de 600 m. On note d_n la distance parcourue la $n^{ième}$ semaine.
Pour tout entier naturel n, exprimer d_n en fonction de n.

Exercice 4

$(w_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est une suite arithmétique telle que $w_8 = 3$ et $w_{25} = 88$.
1°) Déterminer la raison et le premier terme de la suite.
2°) En déduire, pour tout entier naturel n, l'expression de w_n en fonction de n.
3°) Que vaut w_{61} ?

Exercice 5

Au cours d'une grossesse, les échographies permettent de s'assurer du développement harmonieux d'un bébé, grâce notamment à la mesure du diamètre bipariétal (BIP), qui correspond à la largeur du crâne du fœtus entre ses deux oreilles, d'une tempe à l'autre. On admet qu'à partir de la 11^e semaine, le BIP augmente chaque semaine de 2 mm et qu'il vaut 24 mm à la fin de la 11^e semaine pour ce bébé. On note b_n sa valeur, exprimée en mm, à la fin de la $(n + 11) - ième$ semaine de grossesse.
1°) Donner b_0 puis calculer b_1, b_2 et b_3.
2°) a) Exprimer, pour tout entier naturel n, b_{n+1} en fonction de b_n.
b) En déduire, pour tout entier naturel n, l'expression de b_n en fonction de n.
3°) Au bout de combien de semaines, le BIP dépassera-t-il 5 cm ?

Partie B : suites géométriques

Exercice 1

Soit $(g_n)_{n\in\mathbb{N}}$ une suite géométrique de raison q.
Compléter les expressions suivantes :

a) $g_7 = g_5 \times q^{\cdots}$ b) $g_{32} = g_{15} \times q^{\cdots}$

c) $g_2 = g_6 \times q^{\cdots}$ d) Pour tous entiers naturels n et p, $g_n = g_p \times q^{\cdots}$

Exercice 2

1°) $(x_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est une suite géométrique de raison $\frac{1}{2}$ et de premier terme $x_0 = 3$.

Pour tout entier naturel n, exprimer x_n en fonction de n.

2°) $(y_n)_{n\in\mathbb{N}^*}$ est une suite géométrique de raison 8 et de premier terme $y_1 = 5$.
Pour tout entier naturel n non nul, exprimer y_n en fonction de n.

Exercice 3

Au 1er janvier 2018, un capital de 3 000 € est placé sur un compte bancaire à intérêts annuels composés de 0,75%. On note C_n le capital au 1er janvier de l'année $(2018 + n)$.

Pour tout entier naturel n, exprimer C_n en fonction de n.

Exercice 4

$(z_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est une suite géométrique de raison positive telle que $z_2 = 9$ et $z_4 = 81$.

1°) Déterminer la raison et le premier terme de la suite.

2°) En déduire, pour tout entier naturel n, exprimer z_n en fonction de n.

3°) Que vaut z_{19} ?

Exercice 5

On donne les informations ci-contre
sur une ramette de feuilles de papier :

1°) Quelle est, en mm, l'épaisseur d'une feuille de ce papier ? On note e_0 cette épaisseur.

On plie la feuille en deux, on obtient alors une épaisseur de papier notée e_1.
Puis on plie une 2e fois, une 3e fois… et on note e_2, e_3…les épaisseurs respectivement obtenues.

2°) Calculer e_1, e_2 et e_3.

3°) a) Exprimer, pour tout entier naturel n, e_{n+1} en fonction de e_n.

b) En déduire, pour tout entier naturel n, l'expression de e_n en fonction de n.

4°) En supposant que cela soit possible, combien de pliages seraient nécessaires pour atteindre la hauteur de la tour Eiffel ?