

Gourjon – Cédric

Professeur de mathématiques

Lycée Simone Veil à Valbonne dans les Alpes Maritimes

Outils : *Sur feuille*

Nature : *bilans de connaissances et de compétences en lien avec les attendus de fin d'année (COVID)*

Objectifs pédagogiques : *Proposition d'un bilan de connaissances et de compétences utilisable par les professeurs.*

Voie : *générale*

Niveau de classe : *Première spécialité mathématiques*

Thématique(s) du programme : *travail sur le lien entre le sens de variation d'une fonction dérivable sur un intervalle et signe de sa fonction dérivée ;*

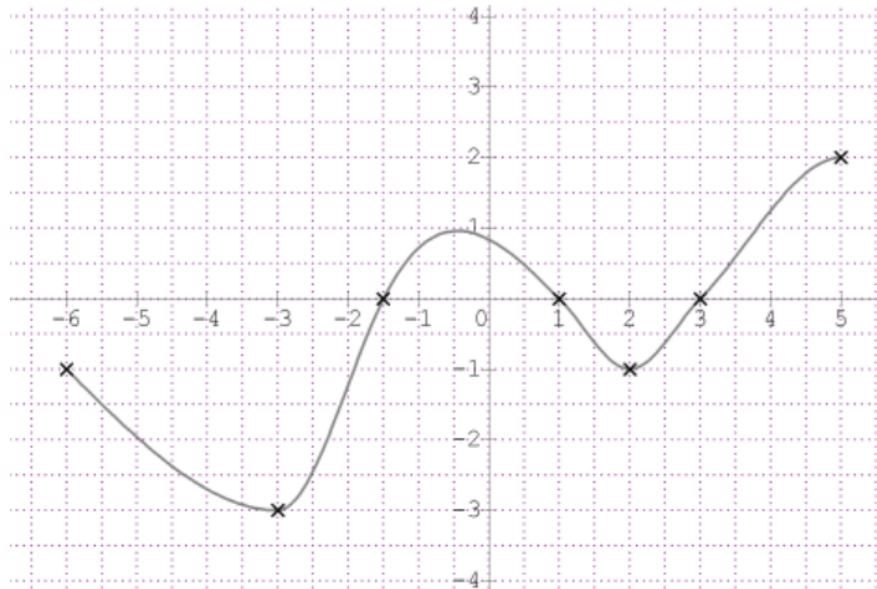
Pré-requis : *Dans des cas simples, calculer une fonction dérivée en utilisant les propriétés des opérations sur les fonctions dérivables. Lien entre le sens de variation d'une fonction dérivable sur un intervalle et signe de sa fonction dérivée. Étudier les variations d'une fonction. Déterminer les extremums. Exploiter les variations d'une fonction pour établir une inégalité. Étudier la position relative de deux courbes représentatives.*

Voici une série d'exercices bilans conformes aux attendus de fin d'année (COVID).

Les exercices de la fiche ne présentent pas de difficulté particulière (exception faite du dernier). Chacun permet de vérifier la bonne compréhension de l'élève sur les différents aspects du lien entre les variations d'une fonction et le signe de sa dérivée. Cette fiche contient suffisamment d'exercices de niveau de difficulté graduel pour construire des évaluations bilans différenciées.

Exercice I :

f est une fonction dérivable sur l'intervalle $[-6 ; 5]$ dont la représentation graphique de sa fonction dérivée est donnée ci-dessous :



- 1) Dresser le tableau de signe de $f'(x)$ sur l'intervalle $[-6 ; 5]$.
- 2) En déduire le tableau de variations de la fonction f sur l'intervalle $[-6 ; 5]$.

Exercice II :

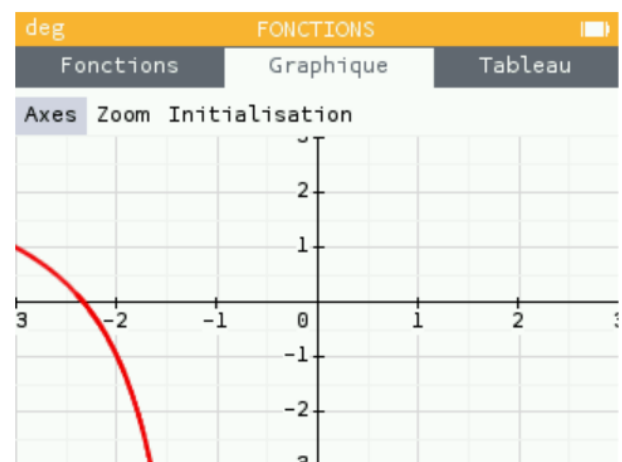
f est une fonction dérivable, définie sur $[-3 ; -1[\cup]-1 ; 3]$ par :

$$f(x) = 3 + \frac{4}{x+1}.$$

On a représenté la fonction à la calculatrice avec les paramètres suivants :

$$-3 \leq X \leq 3 \quad \text{et} \quad -3 \leq Y \leq 3$$

- 1) A partir de l'écran de la calculatrice, conjecturer les variations de la fonction f .
- 2) Etudier les variations de f et comparer avec la conjecture émise à la question précédente.



Exercice III:

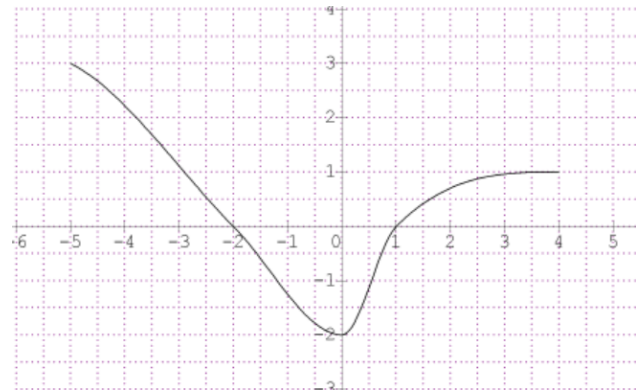
f est une fonction dérivable sur l'intervalle $[-5 ; 4]$ et f' est sa fonction dérivée.
Le tableau de signe de $f'(x)$ est donné par :

x	-5	-2	1	4	
$f'(x)$	+	0	-	0	+

Ci-dessous, on a représenté deux fonctions. Donner, en justifiant, celle qui correspond à la représentation de la fonction f .



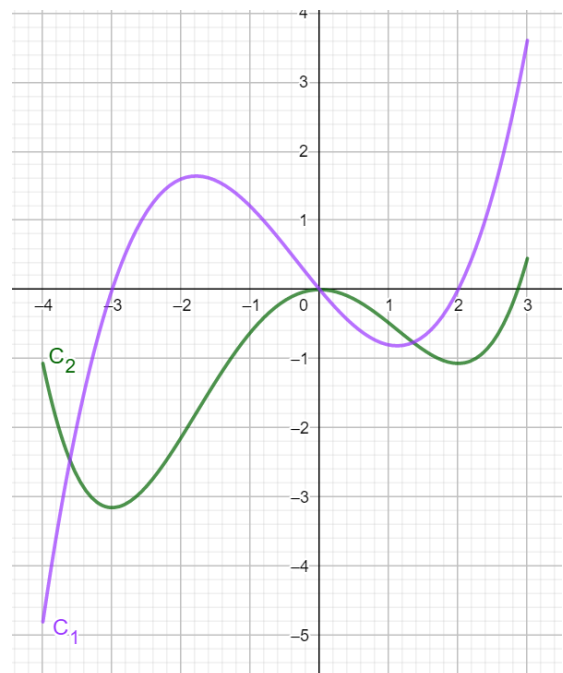
Courbe 1



Courbe 2

Exercice IV:

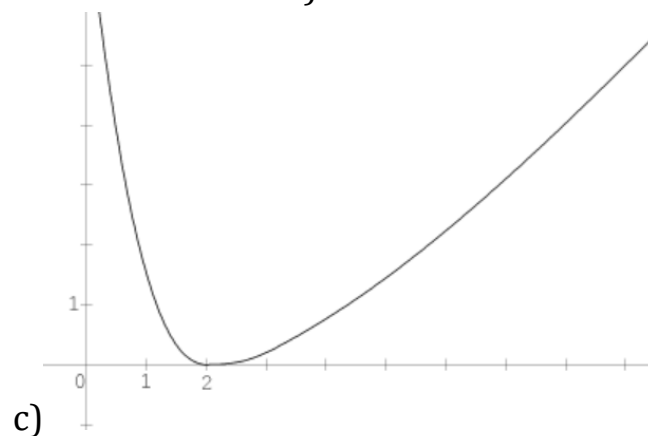
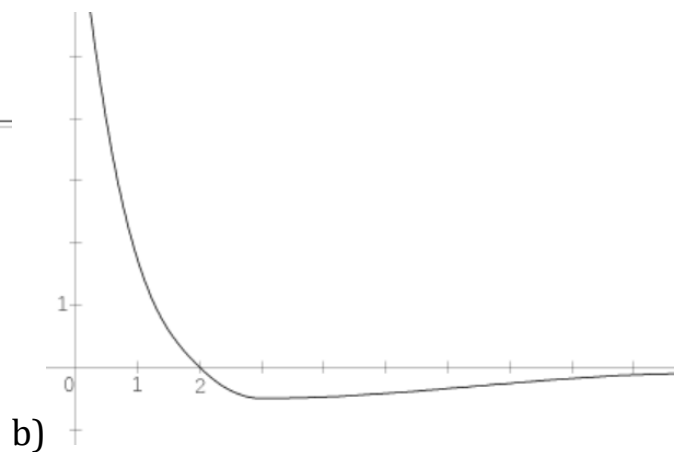
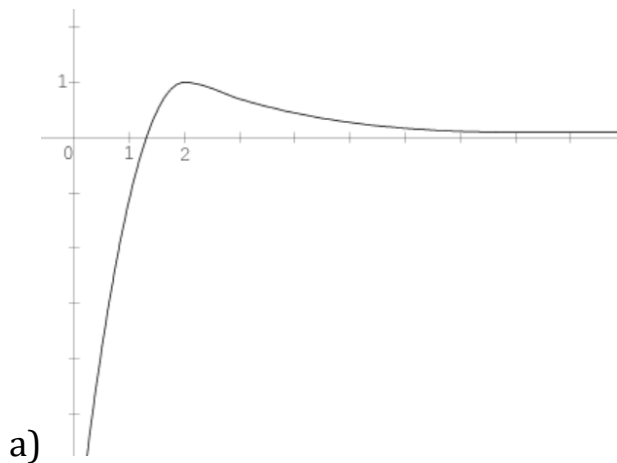
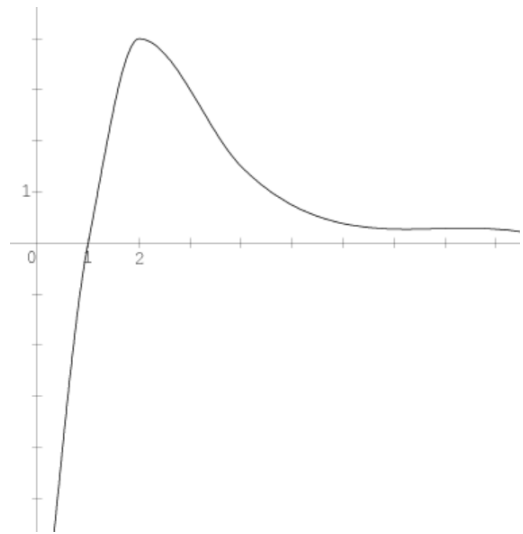
On a représenté ci-contre une fonction f ainsi que sa fonction dérivée sur l'intervalle $[-4 ; 3]$. Déterminer, en justifiant, laquelle de ces deux courbes est la courbe de f et laquelle est celle de f' .



Exercice V :

La figure ci-contre est la courbe représentative d'une fonction f définie sur $]0 ; +\infty[$.

Parmi les 3 courbes représentées ci-dessous, laquelle peut correspondre à celle de la fonction dérivée de f ? Justifier.



Exercice VI :

Soit f une fonction dérivable définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$f(x) = x^4 - x^3.$$

- 1) Déterminer f' , la dérivée de la fonction f et écrire son expression sous forme d'un produit de facteurs.
- 2) En déduire les variations de la fonction f .

Exercice VII :

f est la fonction dérivable définie sur $[-5 ; -1[\cup]0; 2]$ par :

$$f(x) = \frac{x^2+3}{x+1}$$

On a factorisé $f'(x)$ avec un logiciel de calcul formel :

```
factor(f'(x))  
// Succès  

$$\frac{(x-1)*(x+3)}{(x+1)^2}$$

```

A l'aide de la formule obtenue, dresser le tableau de variations de la fonction f .

Exercice VIII :

f est une fonction dérivable sur l'intervalle $[-5 ; 4]$ et f' est sa fonction dérivée.

Le tableau de signe de $f'(x)$ est donné par :

x	-5	-2	1	4	
$f'(x)$	+	0	-	0	+

Tracer dans un repère une allure possible de la représentation graphique de la fonction f .

Exercice IX :

f est une fonction dérivable, définie sur $[-5 ; 0[\cup]0; 5]$ par :

$$f(x) = -3 + \frac{1}{x}.$$

- 1) Déterminer f' , la fonction dérivée de f .
- 2) Reproduire et compléter en justifiant le tableau de variation de f :

x	-5	0	5
$f'(x)$			
f			

- 3) Décrire le sens de variation de f par une phrase.

Exercice X :

f est une fonction dérivable dont les variations sont données dans le tableau ci-dessous:

x	$-\infty$	-5	-2	0	3	$+\infty$
$f'(x)$	$-$	0	$+$	$-$	0	$+$
f						

- 1) Donner l'ensemble de définition de f et de f' .
- 2) Donner les extrema locaux de f .
- 3) Tracer dans un repère une allure possible de la représentation graphique de la fonction f .

Exercice XI :

f est une fonction dérivable sur $[-3 ; 5]$ dont les variations sont données par le tableau suivant:

x	-3	-1	2	5
f	1	0	4	-7

Indiquer, en justifiant, si les affirmations suivantes sont vraies ou fausses :

- 1) Pour tout réel x de l'intervalle $[-3 ; -1]$, $f'(x) \leq 0$.
- 2) f admet un minimum local en -1 .
- 3) f est décroissante sur $[-3 ; -1] \cup [2 ; 5]$.
- 4) $f'(2) = 0$.

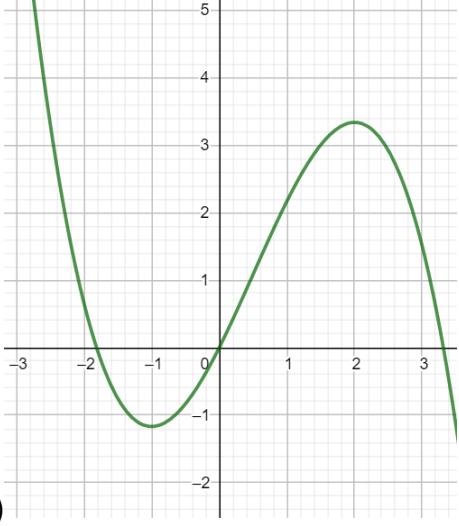
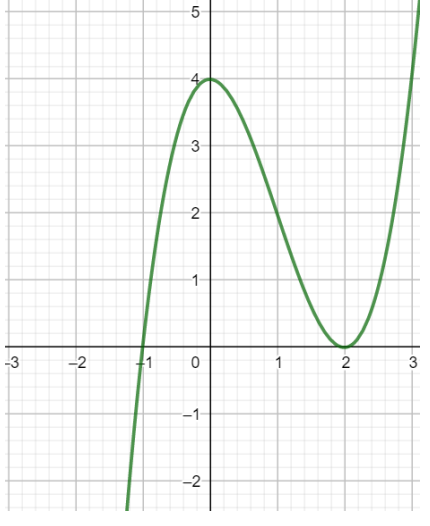
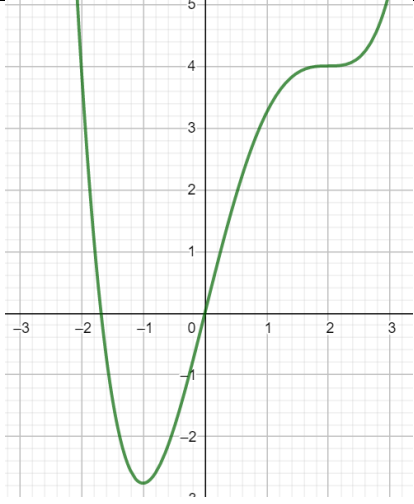
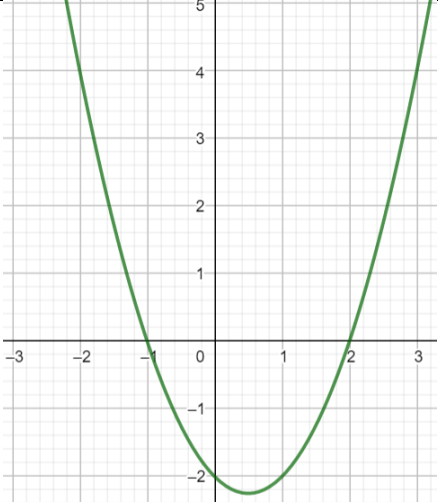
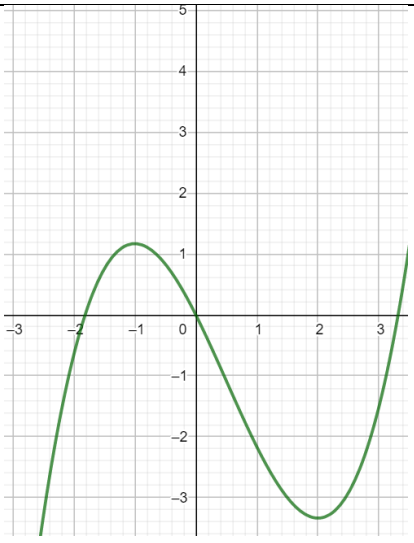
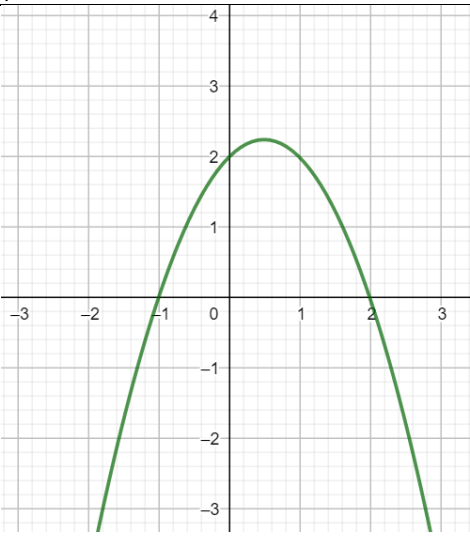
Exercice XII :

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = x^3 - 2x^2 + x + 1$.

- 1) Dresser un tableau de variation de la fonction f sur $\mathbb{R}$.
- 2) Donner un encadrement de $f(x)$ sur les intervalles :
 - a) $[-1; 0]$
 - b) $[-1 ; 1]$

Exercice XIII :

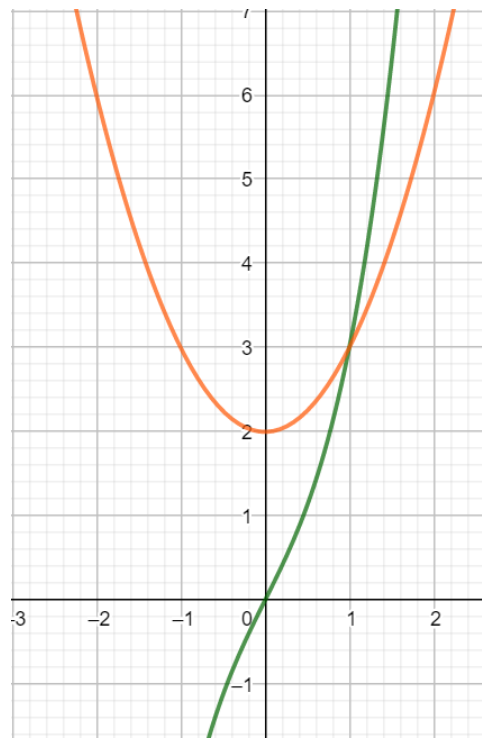
Les courbes de 3 fonctions et de leurs trois dérivées ont été représentées ci-dessous. Associer à chaque fonction sa dérivée en justifiant:

Fonctions	Fonctions dérivées
1) 	A) 
2) 	B) 
3) 	C) 

Exercice XIV :

On considère les fonctions f et g définies sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = x^3 + 2x$ et $g(x) = x^2 + 2$.

- 1) A l'aide des deux représentations graphiques données ci-dessous, déterminer la position relative des deux courbes C_f et C_g . (On commencera par distinguer C_f de C_g)



- 2) On considère la fonction h définie sur $\mathbb{R}$ par : $h(x) = x^3 - x^2 + 2x - 2$.
- Déterminer la dérivée h' de la fonction h .
 - Déterminer le signe de $h'(x)$ pour tout réel x et en déduire les variations de la fonction h .
 - Calculer $h'(1)$ et en déduire le signe de $h(x)$ pour tout réel x .
- 3) Utiliser l'étude faite à la question 2) pour retrouver la conjecture émise à la question 1.