

Angélique V.

Professeur de mathématiques

Lycée du Coudon – La Garde – 83

Nature : Bilans de connaissances et de compétences en lien avec les attendus de fin d'année (COVID)

Objectifs pédagogiques : Faire le point sur les connaissances en autonomie
(en classe ou à la maison)

Voie : Générale

Niveau de classe : Spécialité Première

Thématique(s) du programme : Variables aléatoires

Pré-requis : Représenter une expérience aléatoire par un arbre pondéré, l'exploiter pour calculer des probabilités, notion de variable aléatoire, sa loi de probabilité, son espérance.

Résumé de l'article : Ce travail s'axe sur la compréhension de la notion de variable aléatoire, l'exercice 3 aborde sa simulation en Python et l'exercice 4 son espérance.

Exercice 1

Pierre a lancé 4 fois de suite une pièce de monnaie équilibrée.

On note X le nombre de fois où la pièce est tombée sur « Pile ».

- 1) Quelles sont les différentes valeurs possibles de X ?
- 2) On considère les événements $\{ X=3 \}$, $\{ X \leq 3 \}$, $\{ X > 3 \}$, $\{ X \geq 3 \}$, $\{ X < 3 \}$, $\{ X \leq 2 \}$.

Associer à chacun sa description parmi les propositions suivantes :

- a) La pièce est tombée au moins trois fois sur « Pile » ;
 - b) La pièce est tombée trois fois sur « Pile » ;
 - c) La pièce est tombée moins de trois fois sur « Pile » ;
 - d) La pièce est tombée au plus trois fois sur « Pile » ;
 - e) La pièce est tombée jusqu'à deux fois sur « Pile » ;
 - f) La pièce est tombée plus de trois fois sur « Pile » ;
- 3) Parmi les six événements de la question précédente, dire lesquels sont contraires et lesquels sont égaux. Expliquer .

Exercice 2

Une urne contient trois boules numérotées de 1 à 3.

On tire, au hasard, l'une après l'autre et avec remise deux boules de l'urne.

- 1) Représenter cette situation par un arbre pondéré.

On note X la variable aléatoire qui donne le produit des deux numéros obtenus.

- 2) a) Que signifie l'événement $\{ X=6 \}$?
b) Quelles sont les issues favorables à cet événement ?
c) Calculer la probabilité de l'événement $\{ X=6 \}$.
- 3) Effectuer le même travail qu'à la question 2) en remplaçant l'événement $\{ X=6 \}$ par l'événement $\{ X \geq 6 \}$?

Exercice 3

On lance un dé cubique non truqué dont les faces sont numérotées 1 ; 1 ; 2 ; 2 ; 2 ; 3.

On note X la variable aléatoire qui donne le numéro apparu.

1) Quelles sont les différentes valeurs prises par X ?

2) Définition de la loi de probabilité de X :

a) Quelles sont les valeurs des probabilités suivantes : $P(X = 1)$; $P(X = 2)$; $P(X = 3)$?

b) Compléter le tableau :

x_i			
$P(X = x_i)$			

3) On souhaite simuler la variable aléatoire X .

Complétez les points de suspension de façon à créer une fonction en Python nommée $simul_X()$ qui renvoie les valeurs prises par X avec la probabilité associée à chacune.

```
from random import random
def simul_x():
    alea=random()
    if alea<=1/6:
        return 3
    elif ..... <alea< ..... :
        return .....
    else:
        return .....
```

Exercice 4

Une tombola est organisée par une association.

Le gain en euros, par ticket, est modélisé par une variable aléatoire G dont voici la loi de probabilité :

g_i	0	2	5	10	20	50
$P(G = g_i)$	0,6	0,2	0,1	0,05	0,03	0,02

a) En supposant que le nombre de tickets de tombola initialement en vente est 500, combien y-a-t-il de tickets dont le gain est de 50€ ?

b) Que signifie l'égalité $P(G = 5) = 0,1$?

c) Calculer $P(G \geq 20)$. Interpréter le résultat dans le contexte.

d) Calculer $P(G < 20)$.

e) Calculer l'espérance $E(G)$ de la variable aléatoire G . Interpréter le résultat.