

Angélique V.

Professeur de mathématiques

Lycée du Coudon – La Garde – 83

Nature : Bilans de connaissances et de compétences en lien avec les attendus de fin d'année (COVID)

Objectifs pédagogiques : Faire le point sur les connaissances en autonomie  
( en classe ou à la maison )

Voie : Générale

Niveau de classe : Spécialité Première

Thématique(s) du programme : Variables aléatoires

Pré-requis : Représenter une expérience aléatoire par un arbre pondéré, l'exploiter pour calculer des probabilités, notion de variable aléatoire, sa loi de probabilité, son espérance.

Résumé de l'article : Ce travail s'axe sur la compréhension de la notion de variable aléatoire, l'exercice 3 aborde sa simulation en Python et l'exercice 4 son espérance.

## Exercice 1

Pierre a lancé 4 fois de suite une pièce de monnaie équilibrée.

On note  $X$  le nombre de fois où la pièce est tombée sur « Pile ».

- 1) Quelles sont les différentes valeurs possibles de  $X$  ?
- 2) On considère les événements  $\{ X=3 \}$ ,  $\{ X \leq 3 \}$ ,  $\{ X > 3 \}$ ,  $\{ X \geq 3 \}$ ,  $\{ X < 3 \}$ ,  $\{ X \leq 2 \}$ .

Associer à chacun sa description parmi les propositions suivantes :

- a) La pièce est tombée au moins trois fois sur « Pile » ;
  - b) La pièce est tombée trois fois sur « Pile » ;
  - c) La pièce est tombée moins de trois fois sur « Pile » ;
  - d) La pièce est tombée au plus trois fois sur « Pile » ;
  - e) La pièce est tombée jusqu'à deux fois sur « Pile » ;
  - f) La pièce est tombée plus de trois fois sur « Pile » ;
- 3) Parmi les six événements de la question précédente, dire lesquels sont contraires et lesquels sont égaux. Expliquer .

## Exercice 2

Une urne contient trois boules numérotées de 1 à 3.

On tire, au hasard, l'une après l'autre et avec remise deux boules de l'urne.

- 1) Représenter cette situation par un arbre pondéré.

On note  $X$  la variable aléatoire qui donne le produit des deux numéros obtenus.

- 2) a) Que signifie l'événement  $\{ X=6 \}$  ?  
b) Quelles sont les issues favorables à cet événement ?  
c) Calculer la probabilité de l'événement  $\{ X=6 \}$ .
- 3) Effectuer le même travail qu'à la question 2) en remplaçant l'événement  $\{ X=6 \}$  par l'événement  $\{ X \geq 6 \}$  ?

### Exercice 3

On lance un dé cubique non truqué dont les faces sont numérotées 1 ; 1 ; 2 ; 2 ; 2 ; 3.

On note  $X$  la variable aléatoire qui donne le numéro apparu.

- 1) Quelles sont les différentes valeurs prises par  $X$  ?
- 2) Définition de la loi de probabilité de  $X$  :
  - a) Quelles sont les valeurs des probabilités suivantes :  $P(X = 1)$  ;  $P(X = 2)$  ;  $P(X = 3)$  ?
  - b) Compléter le tableau :

$x_i$			
$P(X = x_i)$			

- 3) On souhaite simuler la variable aléatoire  $X$ .

Complétez les points de suspension de façon à créer une fonction en Python nommée  $simul\_X()$  qui renvoie les valeurs prises par  $X$  avec la probabilité associée à chacune.

```

from random import random
def simul_x():
    alea=random()
    if alea<=1/6:
        return 3
    elif ..... <alea< ..... :
        return .....
    else:
        return .....
  
```

### Exercice 4

Une tombola est organisée par une association.

Le gain en euros, par ticket, est modélisé par une variable aléatoire  $G$  dont voici la loi de probabilité :

$g_i$	0	2	5	10	20	50
$P(G = g_i)$	0,6	0,2	0,1	0,05	0,03	0,02

- a) En supposant que le nombre de tickets de tombola initialement en vente est 500, combien y-a-t-il de tickets dont le gain est de 50€ ?
- b) Que signifie l'égalité  $P(G = 5) = 0,1$  ?
- c) Calculer  $P(G \geq 20)$  . Interpréter le résultat dans le contexte.
- d) Calculer  $P(G < 20)$  .
- e) Calculer l'espérance  $E(G)$  de la variable aléatoire  $G$ . Interpréter le résultat.