Probabilités et évaluation des tests médicaux

Exemple des tests covid

Karen Leffondré
Université de Bordeaux, ISPED
Société Française de Statistique – Groupe Statistique et Enseignement

Journée probabilités, statistique et oral en mathématiques
Université de Nice
2 mars 2022

Différents types de tests COVID

- Tests RT-PCR
  - Sur prélèvement nasopharyngé ou salivaire
- Tests antigéniques
  - Sur prélèvement nasal
    - TDR : test de diagnostic rapide
    - TROD : test rapide d'orientation diagnostic
    - Autotests
  - Sur prélèvement salivaire
    - Non encore validés par la HAS car « service attendu insuffisant » (avis du 17/02/2022)
      - Sensibilité chez patients asymptomatiques : 0 à 37,5%
      - Sensibilité chez patients symptomatiques : 2,6 à 52,9% → <<< 80%
      - Spécificité chez tous : 84 à 100% → < 97% ?

Réalisés par un professionnel de santé

Seuils OMS

➢ Qu'est-ce que sont précisément ces indicateurs de sensibilité et spécificité ?
  ➢ Des probabilités conditionnelles


Autotest de dépistage
du virus de la COVID-19
5
TESTS
TEST ANTIGENIQUE FOURNI A L'ETAT FRANCAIS
autotest
COVID-VIRO®
Un dépistage à partir d'un
prélèvement nasal indolore
Simple d'utilisation
Résultat en 15 minutes
Test positif
→ Isolez-vous
→ Confirmez au plus vite avec un test PCR
Flashez pour plus d'infos
respecter les gestes barrières
TEST FIABLE A 99,5%*
5 TESTS
AAZ
Votre santé sous contrôle

???

Performance d’un test diagnostic

Sensibilité (Se) et spécificité (Sp)

		Résultat du test antigénique		
		T+	**T-**	**Total**
COVID (selon le test de référence RT-PCR, « gold standard »)	**M+**	Vrai positif VP	Faux négatif FN	VP + FN
	M-	Faux positif FP	Vrai négatif VN	FP + VN
	Total	VP + FP	FN + VN	n

$$Se = \Pr(T^+|M^+) = \frac{VP}{VP + FN}$$

$$Sp = \Pr(T^-|M^-) = \frac{VN}{FP + VN}$$

Indicateurs *indépendants* de la prévalence du COVID dans l’échantillon :

$$\Pr(M^+) = \frac{VP+FN}{n}$$

Exemple de bon test : Se et Sp élevées

	T+	T-	Total
M+	85	15	100
M-	18	882	900
Total	103	897	1000

$$Se = \Pr(T^+|M^+) = \frac{85}{100} = 0{,}85$$

$$Sp = \Pr(T^-|M^-) = \frac{882}{900} = 0{,}98$$

Utilisation des tests dans la pratique

- Dans la pratique, on fait le test pour savoir si on est malade
  - $\Pr(M^{+} \mid T^{+})$?
  - $\Pr(M^{-} \mid T^{-})$?

Performance d'un test diagnostic
Valeurs prédictives positives (VPP) et négatives (VPN)

		Test antigénique		
		T+	**T-**	**Total**
COVID (selon le test de référence RT-PCR, « gold standard »)	**M+**	Vrai positif VP	Faux négatif FN	VP + FN
	M-	Faux positif FP	Vrai négatif VN	FP + VN
	Total	VP + FP	FN + VN	n

$$VPP = \Pr(M^+ \,|\, T^+) = \frac{VP}{VP + FP}$$

$$VPN = \Pr(M^- | T^-) = \frac{VN}{FN + VN}$$

Indicateurs *dépendants* de la prévalence du COVID dans l'échantillon :

$$\Pr(M^+) = \frac{VP+FN}{n}$$

D'où la communication de Se et Sp seulement sur les boîtes d'autotests

Dépendance VPP et VPN vis-à-vis de Pr(M+)

Illustration

Se = 0,8
Sp = 0,93
Pr(M+) = 0,005

	T+	T-	Total
M+	5×0,8=4	5-4=1	0,005×1000=5
M-	995-925=70	995×0,93=925	1000-5=995
Total	4+70=74	1+925=926	1000

$$VPP = \Pr(M^+ \mid T^+) = \frac{4}{74} = 0{,}054$$

$$VPN = \Pr(M^- \mid T^-) = \frac{925}{926} = 0{,}999$$

Se = 0,8
Sp = 0,93
Pr(M+) = 0,40

	T+	T-	Total
M+	400×0,8=320	400-320=80	0,40×1000=400
M-	600-558=42	600×0,93=558	1000-400=600
Total	320+42=362	80+558=638	1000

$$VPP = \Pr(M^+ \mid T^+) = \frac{320}{362} = 0{,}88$$

$$VPN = \Pr(M^- \mid T^-) = \frac{558}{638} = 0{,}87$$

Lien formel entre (VPP ou VPN) et (Se, Sp, et Pr(M+))

Utilisation du Théorème de Bayes

- $VPP = Pr(M^+|T^+) = \frac{Pr(M^+ et\ T^+)}{Pr(T^+)} = \frac{Pr(T^+|M^+) \times Pr(M^+)}{Pr(T^+ et\ M^+) + Pr(T^+ et\ M^-)}$

- $VPP = \frac{Pr(T^+|M^+) \times Pr(M^+)}{Pr(T^+|M^+) \times Pr(M^+) + Pr(T^+|M^-) \times Pr(M^-)}$

- $VPP = \frac{Se \times \mathrm{Pr}(M^+)}{\mathrm{Se} \times \mathrm{Pr}(M^+) + (1 - Sp)(1 - \mathrm{Pr}(M^+))}$

- $VPN = Pr(M^-|T^-) = \cdots = \frac{Sp \times (1 - \mathrm{Pr}(M^+))}{\mathrm{Sp}(1 - \mathrm{Pr}(M^+)) + (1 - Se)\ \mathrm{Pr}(M^+)}$

Lien formel entre (VPP ou VPN) et (Se, Sp, et Pr(M+))

Application

Se = 0,8

Sp = 0,93

Pr(M+) = 0,005

$$VPP = \frac{0{,}8 \times 0{,}005}{0{,}8 \times 0{,}005 + (1 - 0{,}93) \times (1 - 0{,}005)} = 0{,}054$$

$$VPN = \frac{0{,}93 \times (1 - 0{,}005)}{0{,}93 \times (1 - 0{,}005) + (1 - 0{,}8) \times 0{,}005} = 0{,}999$$

Se = 0,8

Sp = 0,93

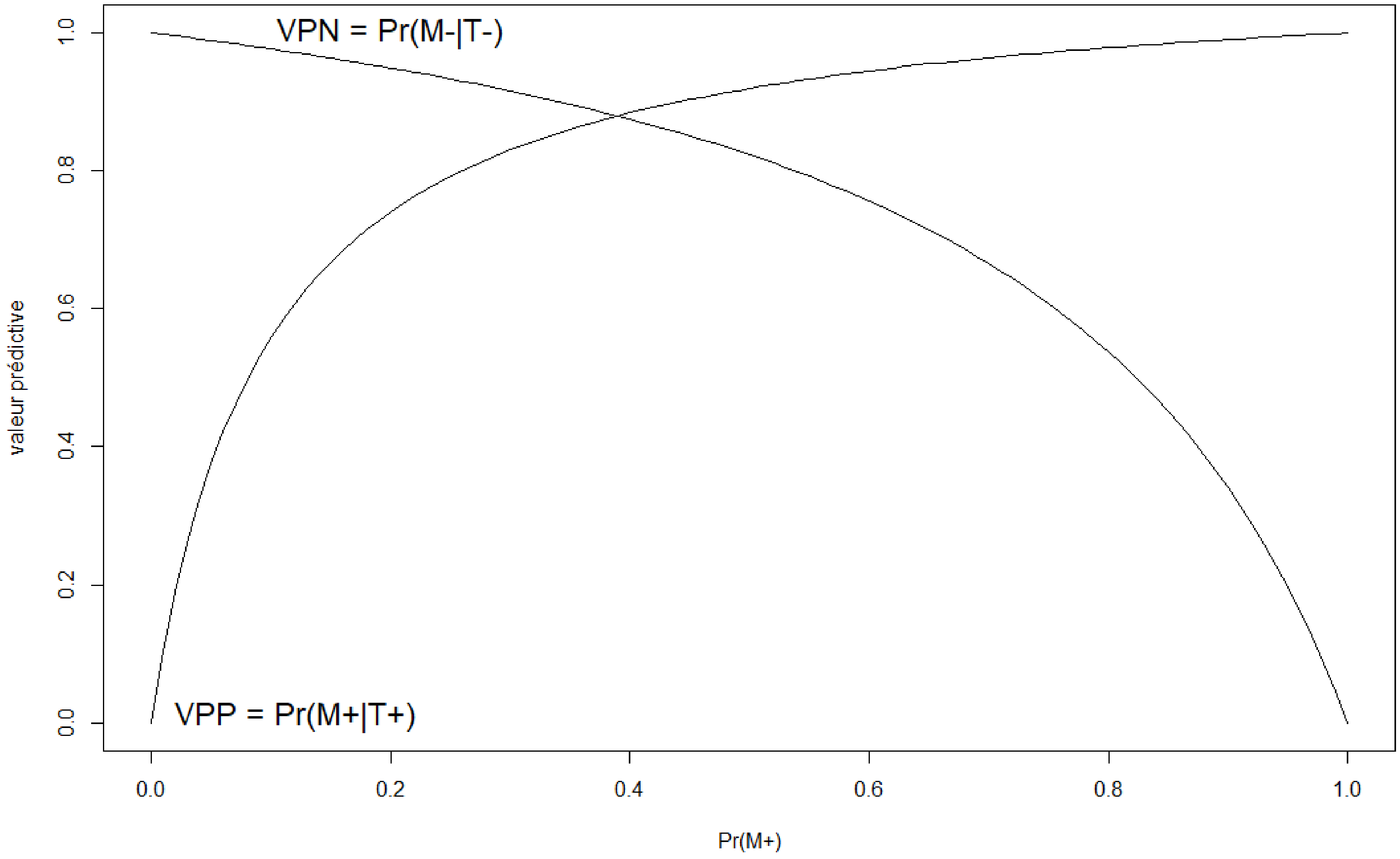
Pr(M+) = 0,40

$$VPP = \frac{0{,}8 \times 0{,}40}{0{,}8 \times 0{,}40 + (1 - 0{,}93) \times (1 - 0{,}40)} = 0{,}88$$

$$VPN = \frac{0{,}93 \times (1 - 0{,}40)}{0{,}93 \times (1 - 0{,}40) + (1 - 0{,}8) \times 0{,}40} = 0{,}87$$

Lien formel entre (VPP ou VPN) et (Se, Sp, et Pr(M+))

Illustration graphique pour Se = 0,8, Sp = 0,93, et différentes Pr(M+)



Code R graphique

```
vp <- function(se,sp,p)
{
VPP <- se*p/((se*p+(1-sp)*(1-p)))
VPN <- sp*(1-p)/(sp*(1-p)+(1-se)*p)
return(cbind(VPP,VPN))
}
p <- seq(0,1,by=0.01)
res <- vp(0.8,0.93,p)
plot(p,res[,1],type="l",xlab="Pr(M+)",ylab="valeur prédictive")
lines(p,res[,2])
text(0.2,1,"VPN = Pr(M-|T-)")
text(0.12,0.01,"VPP = Pr(M+|T+)")
```