

## Un exemple d'activité autour des patterns

Sylvain ETIENNE  
Professeur de Mathématiques  
Collège Sidney BECHET  
Antibes (Alpes-Maritimes)

Sophie ROUBIN  
Professeure de Mathématiques  
Chargée de mission à l'IFE ENS - Lyon  
Lyon (Académie de Lyon)

### Résumé

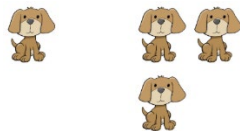


Image d'après  
[Visualpatterns.org](http://Visualpatterns.org)

Cet article relate en partie l'atelier sur les patterns au PNF<sup>1</sup> « Renforcer l'enseignement des mathématiques au collège » (2022), issu du Plan mathématiques. Après un retour sur la définition de pattern et ses liens avec les pensées algorithmique et algébrique, une proposition d'activité et une analyse de trace écrite d'élèves seront données.

### Mots-clés

Pattern ; créativité ; pensée algorithmique ; pensée algébrique ; PNF ; Plan mathématiques ;

### Table des matières

Vocabulaire .....	2
Cas général : modèle de questions .....	3
Un exemple du PNF .....	4
Pattern 1.....	4
Première question .....	5
Questions suivantes.....	6
Pattern 2.....	9
Point de vigilance .....	12
Ressources.....	12
Bibliographie .....	13

<sup>1</sup> Plan National de Formation



## Vocabulaire

Dans le « guide bleu » collège sur la résolution de problèmes<sup>2</sup>, (2021, p. 111), les patterns sont définis comme suit :

« Le pattern est un anglicisme signifiant “motif”, “règle de structure”, “modèle à reproduire”. C'est une suite d'objets appelés **éléments**, reliés les uns aux autres par une **règle spécifique**. Il existe deux types de patterns utilisés en résolution de problèmes :

- les patterns **répétitifs** (*repeating patterns*) ;
- les patterns **évolutifs** (*increasing/growing patterns*) en passant d'un **rang** à un autre.

Le **motif de base** (*core* en anglais) correspond à la chaîne d'éléments la plus courte qui se répète dans le pattern répétitif ou qui évolue dans le pattern évolutif. »

Il existe des patterns de **nombre**s et des patterns **figuratifs**.

Les patterns sont peu utilisés à l'école et au collège en France, souvent en activité unique dans l'année<sup>3</sup>, tandis que d'autres pays les intègrent à leurs progressions. Au lycée, ils sont associés aux suites.

Travailler les patterns permet de développer :

- la **créativité mathématique**<sup>4</sup>, pour laquelle la recherche tend à penser que chaque élève peut (et doit) la développer selon quatre composantes : fluidité, flexibilité, l'originalité et l'élaboration ;
- la **pensée algorithmique**, qui est une manière d'aborder certains problèmes en élaborant une structure pour produire des réponses possibles selon quatre composantes<sup>5</sup> : décomposition, reconnaissance de patterns, abstraction et algorithmes ;
- la **pensée algébrique**, qui, selon Radford (2014) aurait trois caractéristiques spécifiques : l'indétermination (capacité à exploiter des problèmes qui impliquent des nombres inconnus), la dénotation (capacité à nommer ou symboliser ces nombres inconnus, à l'aide du code alphanumérique, du langage naturel, de gestes ou de signes non conventionnels) et le raisonnement analytique (capacité à traiter les quantités indéterminées comme si elles étaient connues, et à parvenir à réaliser des opérations sur ces nombres inconnus).

---

<sup>2</sup> <https://eduscol.education.fr/document/13132/download>

<sup>3</sup> Souvent l'activité des carrés bordés :

[https://cache.media.education.gouv.fr/file/Calcul\\_litteral/29/8/RA16\\_C4\\_MATH\\_nombres\\_calcul\\_calcul\\_litteral\\_initiative\\_carre\\_bordes\\_548298.pdf](https://cache.media.education.gouv.fr/file/Calcul_litteral/29/8/RA16_C4_MATH_nombres_calcul_calcul_litteral_initiative_carre_bordes_548298.pdf) ou celles des allumettes :

<https://eduscol.education.fr/document/17029/download>

<sup>4</sup> On pourra voir à ce propos sur fun-MOOC le document : [https://lms.fun-mooc.fr/c4x/ENSDeLyon/14003S03/asset/eFANMaths\\_semaine1\\_texteVideo2.pdf](https://lms.fun-mooc.fr/c4x/ENSDeLyon/14003S03/asset/eFANMaths_semaine1_texteVideo2.pdf)

<sup>5</sup> <https://www.bbc.co.uk/bitesize/guides/zp92mp3/revision/1>

## Cas général : modèle de questions

Il est important de varier les types de patterns : de nombres / figuratif et évolutif / répétitif.

Le questionnement classique pour la détermination d'un pattern est le suivant :

**Question 1.** Dessiner le rang suivant (pattern figuratif) ou déterminer l'élément au rang suivant et chercher une relation, comprendre la construction du motif (seul ou en groupe) et la verbaliser (en classe).

Cette question permet de développer la créativité car toute règle justifiée qui fonctionne sur les premiers rangs donnés doit être acceptée. Lors de la première rencontre avec ce type de tâche, un nombre parfois important d'élèves peut rester sur une page blanche. Il ne faut pas hésiter à faire verbaliser sur ce que voit l'élève, ce qu'il doit chercher, etc. Au fur et à mesure de faire des problèmes de patterns dans l'année, les élèves cherchent plusieurs règles (fluidité et flexibilité), jusqu'à essayer de trouver celle que personne ne trouvera (originalité). L'esprit critique est mobilisé. En effet, certains élèves n'acceptent pas qu'il puisse y avoir plusieurs règles qui sont correctes, dixit plusieurs élèves d'une classe de 6<sup>e</sup> qui demandent, même après plusieurs activités du même type « mais alors, c'est quelle règle qui est correcte ? ».

Pour les questions suivantes, il est cependant impératif de fixer la règle avec les élèves en l'explicitant.

**Question 2.** Calculer le nombre d'éléments en étape proche : rang 10.

**Question 3.** Calculer le nombre d'éléments en étape lointaine : rang 100.

Les questions 2 et 3 permettent de développer la pensée algorithmique et d'amorcer la pensée algébrique. Les rangs 10 et 100 ne sont pas choisis au hasard : les élèves ont en automatisme la proportionnalité et ces questions visent à développer le contrôle inhibiteur, cher à Houdé (2007). Le rang 10 est atteignable par le dessin (dénombrement) voire par des calculs empiriques, le rang 100 l'est beaucoup moins, bien que certains élèves y arrivent quand même, avec du temps !

**Question 4.** Trouver un moyen de calculer les éléments constitutifs du pattern à n'importe quel rang.

**Question 4 bis.** Un élément donné appartient-il à la série ?

Ces deux dernières questions nécessitent une abstraction pour imaginer n'importe quel rang. Parfois les élèves trouvent une relation de récurrence sans toutefois arriver à expliciter l'expression générale. Il ne faut cependant pas croire que ces questions sont réservées au cycle 4, bien au contraire, des élèves de cycle 3 vont exprimer leur pensée algébrique avec des mots et des phrases.

Mis à part une séance particulière, il semble plus judicieux d'éviter de donner les quatre questions la même heure de cours, de plutôt faire l'étude du pattern en activité rituelle, plus

particulièrement en Mises En TRAIN<sup>6</sup>, en mettant la question 1 la première heure, les questions 2 et 3 la deuxième et la question 4 ou 4 bis en troisième heure.

Il est aussi possible de donner un pattern avec une règle fixée et ne donner que les questions 2 et 3, ou en fin de cycle 4, fixer la règle et donner uniquement la question 4. Dans ce dernier cas, les élèves doivent aborder le problème avec une stratégie : se donner une idée de la règle sur les rangs proches, proposer une expression, vérifier qu'elle fonctionne, etc.

L'objectif principal n'est pas que les élèves soient performants sur les patterns mais bien de développer créativité, pensées algorithmique et algébrique qui sont des éléments du socle et du développement du citoyen.

## Un exemple du PNF

**En annexe se trouve un diaporama**, directement utilisable en classe, avec une proposition de deux patterns, à faire sur deux semaines donc, qui peuvent être disjointes ou accolées.

### Pattern 1

Le premier pattern est de type figuratif et est issu du site [visualpatterns.org](http://visualpatterns.org) :

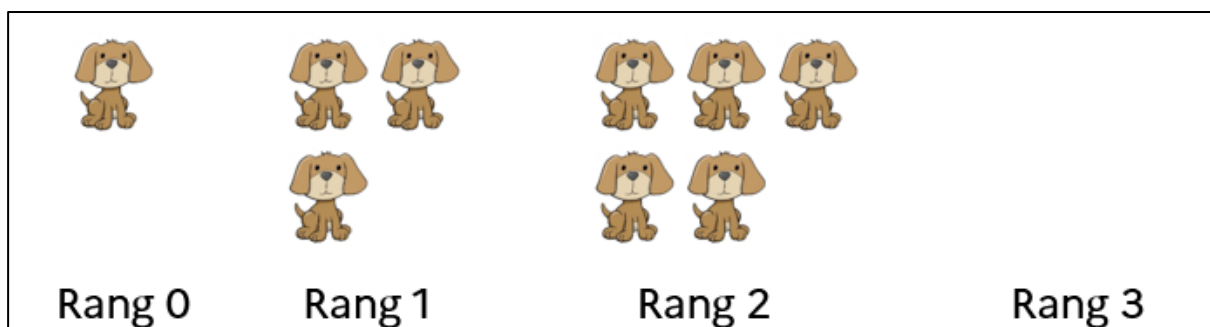


Figure 1 : exemple 1 de pattern figuratif

Pour la question 1, les élèves utilisent leur cahier de recherche pour représenter le rang suivant et expliquer leur règle. Ce dernier point est important et peut se justifier auprès des élèves par les compétences de l'activité mathématique « Raisonner » et « Communiquer ». Le professeur inscrit au tableau les différentes règles. Les élèves, guidés par le professeur, débattent ensuite en classe entière de la validité de chacune des règles.

Si une seule règle sort, ce qui est fréquent la (voire les) première fois, le professeur peut représenter le rang suivant (parfois les rangs suivants) avec d'autres règles et demander aux élèves quelle est la règle utilisée.

Par exemple, sur ce pattern, il est possible de représenter ensuite :

- 1 ; 3 et 5 chiens (pattern répétitif) ;
- 5 ; 3 ; 1 (évolutif ascendant puis descendant) ;
- 11 ; 21 ; 43 :  $\times 2 + 1$  puis  $\times 2 - 1$  ;
- 6 ; 9 ; 10 : imaginer ensuite que cela s'étende sur 3 lignes, puis 4, etc.

<sup>6</sup> [http://pegame.ens-lyon.fr/theme.php?rubrique=2&id\\_theme=25](http://pegame.ens-lyon.fr/theme.php?rubrique=2&id_theme=25) et <https://www.apmep.fr/IMG/pdf/05-Train-C.pdf>

*Première question*

Voici quelques productions d'élèves pour cette première question :

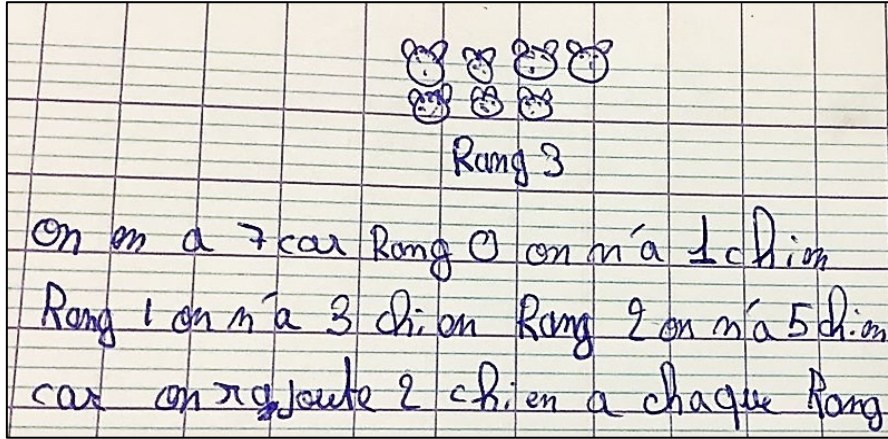


Figure 2 : trace écrite en 6<sup>e</sup> du pattern 1, question 1

Ce sont la représentation et la règle les plus classiques qui seront trouvées dans les copies d'élèves. Cet élève a bien spécifié le nombre initial au rang 0 et écrit sa règle avec des phrases.

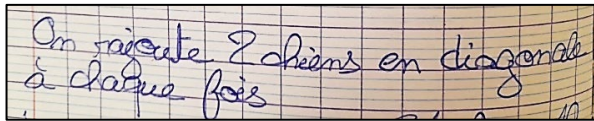


Figure 3 : trace écrite du pattern 1, question 1

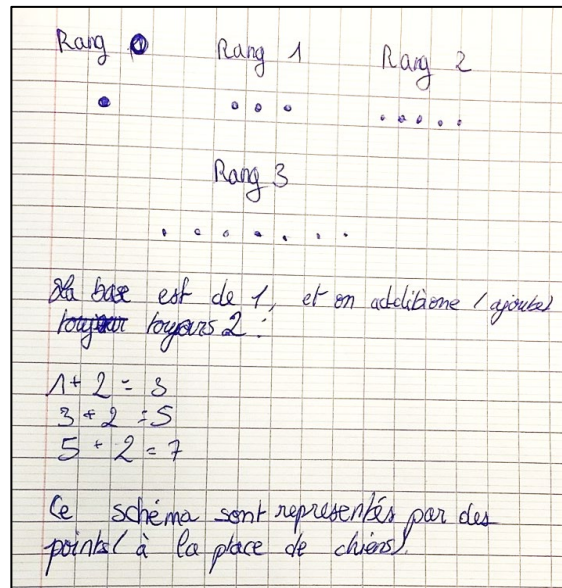


Figure 4 : trace écrite en 6<sup>e</sup> du pattern 1, question 1

Certains élèves se concentrent sur la spatialisation des objets ajoutés (figure 3), tandis que d'autres rentrent dans des représentations plus simples et donc vont vers la modélisation (figure 4).

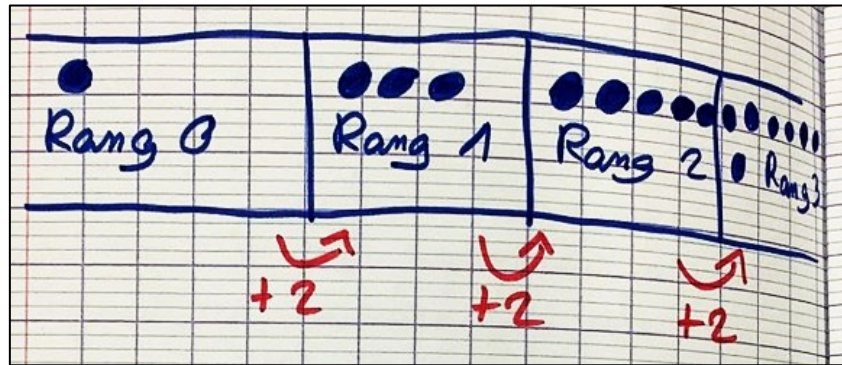


Figure 5 : trace écrite du pattern 1, question 1

Lorsqu'un travail sur les patterns, et notamment les stratégies pour les déterminer, est mené, les élèves mettent en œuvre ces stratégies, comme en figure 5 avec un tableau et la spécification de la règle plus symbolique que précédemment à l'aide d'ostensifs en rouge.

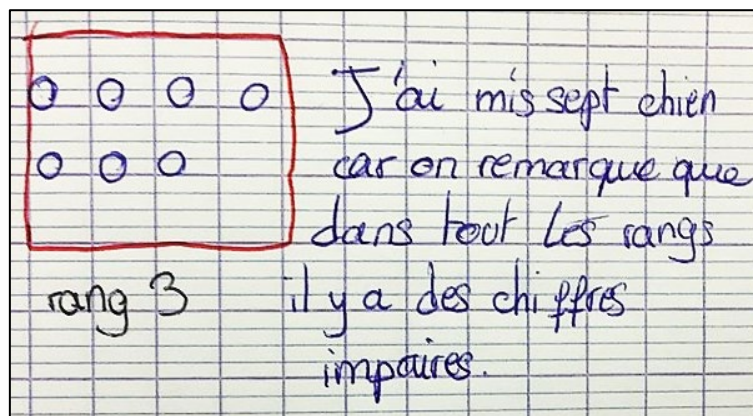


Figure 6 : trace écrite en 6<sup>e</sup> du pattern 1, question 1

Certains élèves relèvent déjà que la suite produite est celle des nombres impairs, ce qui est une remarque pertinente pour la description de ce pattern avec cette règle.

### Questions suivantes

Pour les questions suivantes, comme indiqué précédemment, il est nécessaire de fixer la règle : « on se place dans un pattern figuratif évolutif, avec 1 chien au rang 0, et où on ajoute 2 chiens à chaque étape ». Il est important de spécifier le rang initial, qui est le motif de base, souvent oublié, qui conduit à des erreurs sans cela. C'est souvent implicite pour les élèves.

Voici quelques productions d'élèves :

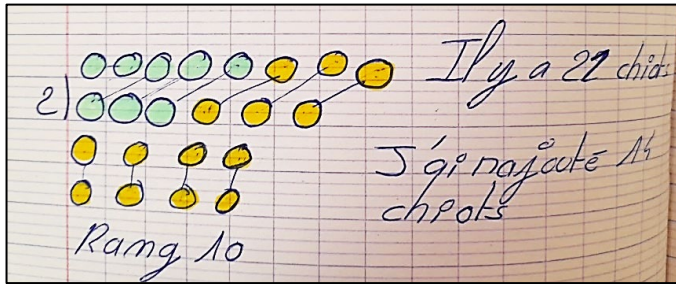


Figure 7 : trace écrite du pattern 1, question 2

Rang	2	5	nombre de chiens
	3	7	
	4	9	
	5	11	
	6	13	
	7	15	
	8	17	
	9	19	
	10	21	

Figure 8 : trace écrite du pattern 1, question 2

Pour la question 2, de nombreux élèves auront recours au dessin (figure 7), qui peut être aussi une étape de validation après anticipation du résultat (c'est du moins ce qui est à indiquer en correction). Quelques élèves, plus avancés, vont produire un tableau de correspondance entre le numéro de rang et le nombre de chiens (figure 8).

R 10										R 20									
1	3	5	7	9	11	13	15	17	19	21	23	25	27	29	31	33	35	37	39
R 30										R 40									
41	43	45	47	49	51	53	55	57	59	61	63	65	67	69	71	73	75	77	79
R 50										R 60									
81	83	85	87	89	91	93	95	97	99	101	103	105	107	109	111	113	115	117	119
R 70										R 80									
121	123	125	127	129	131	133	135	137	139	141	143	145	147	149	151	153	155	157	159
R 90										R 100									
161	163	165	167	169	171	173	175	177	179	181	183	185	187	189	191	193	195	197	199

Figure 9 : trace écrite en 6<sup>e</sup> du pattern 1, question 3

Pour la question 3, certains élèves auront le courage d'aller jusqu'au rang 100 (figure 9), sans remarquer cependant les régularités (les nombres sont augmentés de 40 à chaque ligne). La réponse de l'élève a été 199 car elle n'a pas pris en compte que le rang initial était le rang 0.

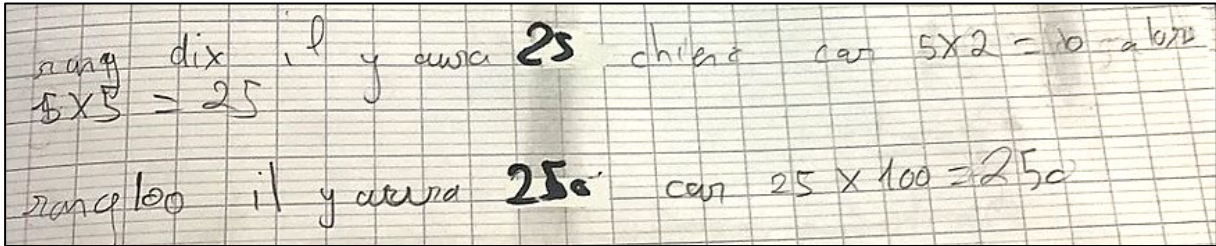


Figure 10 : trace écrite du pattern 1, question 3

Comme indiqué précédemment, une part importante d'élèves va utiliser la proportionnalité, comme dans la figure 10 où l'élève indique que c'est 10 fois plus grand que le nombre de chiens au rang 10 (malgré une erreur de communication entre 100 et 10 en fin de 2<sup>e</sup> ligne). Il faut passer un peu de temps pour reprendre cet aspect, et certains élèves feront d'eux-mêmes la vérification.

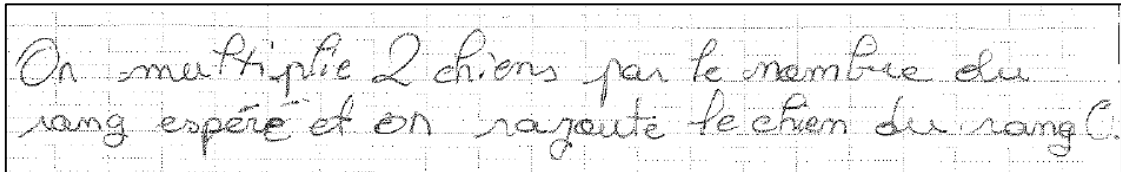


Figure 11 : trace écrite du pattern 1, question 4

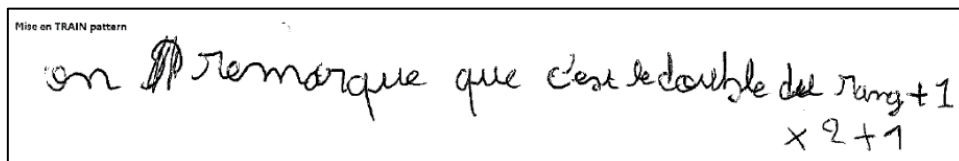


Figure 12 : trace écrite du pattern 1, question 4

Concernant la question 4, les élèves ne font pas toujours le lien avec l'algèbre, pour ceux en cycle 4 du moins, et produisent des réponses très proches du langage phrasé (figure 11). Cependant, les élèves obtiennent parfois une expression numérique qu'il convient de faire vivre lors de la correction en demandant que mettre dans l'espace vide avant le signe de multiplication.



Voici un tableau des réponses élèves lors de la mise en œuvre du pattern 1 en classe de 6<sup>e</sup> :

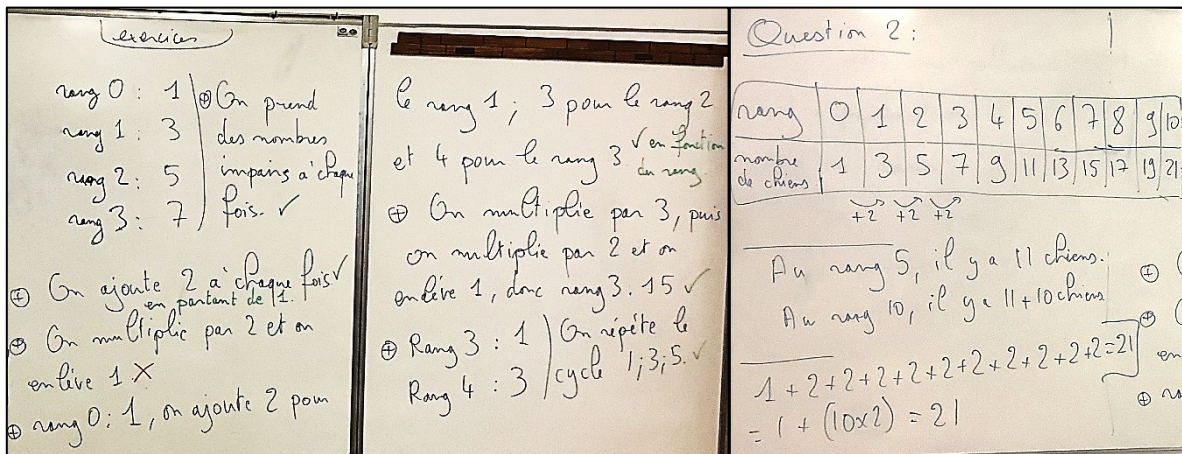


Figure 13 : photo des réponses élèves pour les questions 1 et 2 du pattern 1

## Pattern 2

Le deuxième pattern est de type figuratif aussi et est issu du guide collège (2022) :



Figure 14 : exemple 2 de pattern figuratif

La première question se traite de la même façon que précédemment.

Concernant les règles possibles, il est possible de poursuivre soit à droite, soit à gauche, soit des deux.

Voici quelques possibilités en poursuivant à droite :

- BRVR, BRVR, BRVR : pattern répétitif ;
- BRVR, BBRVVR, puis BBBRVVVR : pattern évolutif ;
- JRMR, où J est jaune et M est mauve, etc.

Voici une production d'élèves pour la première question :

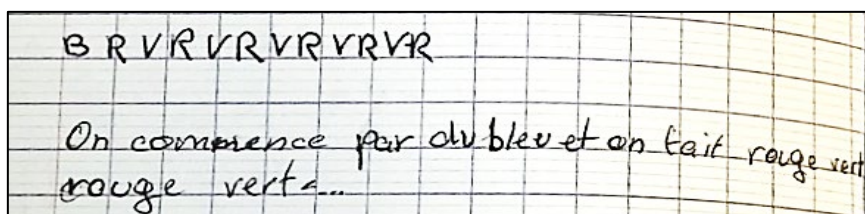


Figure 15 : trace écrite en 6<sup>e</sup> du pattern 2, question 1

De façon assez classique, les élèves y voient une répétition sans concevoir de possibilité d'évolution. Le matériel des cubes emboîtables, à avoir en classe, peut être sorti pour montrer ou pour demander aux élèves de trouver d'autres types de patterns. C'est une phase intéressante qui mobilise même ceux n'ayant rien écrit, avec toutefois un temps dédié plus important, temps qui sera gagné ensuite par la production de réponses plus rapide dans les activités de créativité mathématique ultérieures.

Pour les questions suivantes, comme indiqué précédemment, il est nécessaire de fixer la règle choisie (qui pourrait être autre la semaine suivante) : « on se place dans un pattern figuratif répétitif de motif de base BRVR, et où à chaque étape, on ajoute un seul cube toujours à droite ». A nouveau, on spécifie le motif de base.

Voici quelques productions d'élèves pour les questions 2 et 3 :

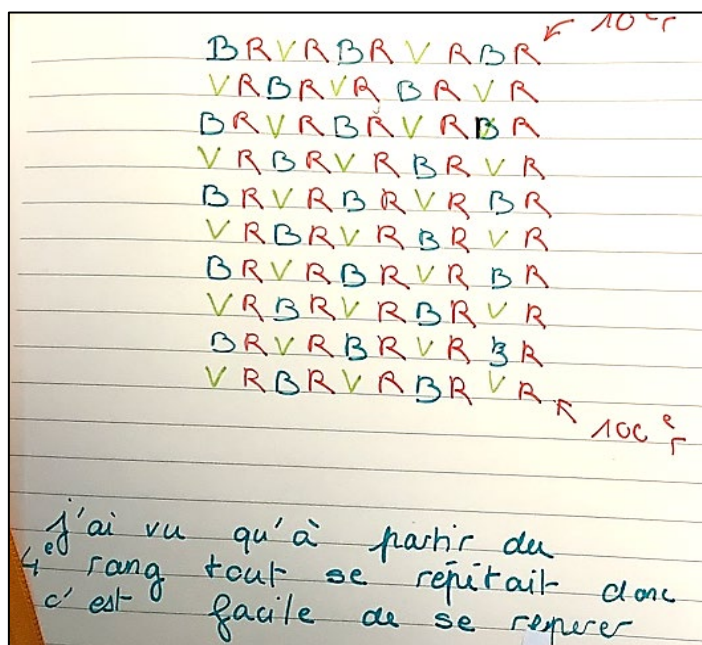


Figure 16 : trace écrite en 6<sup>e</sup> du pattern 2, questions 2 et 3

Les élèves se rassurent en faisant la liste des éléments (figure 16), sans toutefois rentrer complètement dans la pensée algorithmique. Il convient dans ce cas de proposer de déterminer la couleur du 1 000<sup>e</sup> cube. Ici, la base 10 n'est pas intéressante pour représenter les éléments. Si la base 12 a été travaillée en amont, et donc la table de 12, il est possible de la réinvestir en plaçant 12 cubes par ligne et de chercher le 100<sup>e</sup> cube, qui sera dans la 8<sup>e</sup> ligne ( $100 = 8 \times 12 + 4$ ). Cette réflexion permet de revenir sur la décomposition en base, et donc la division euclidienne et son reste.

Le 10<sup>ème</sup> cube sera de couleur rouge car  $BRVR + BRVR = BRVRBRVR$  (8 lettres) +  $BR =$  (10 lettres).  
 Et le 100<sup>ème</sup> cube sera aussi rouge car si la règle si-dessus peut s'appliquer et au nombre 10 elle peut sûrement s'appliquer au nombre 100 (on a juste à multiplier par 10).

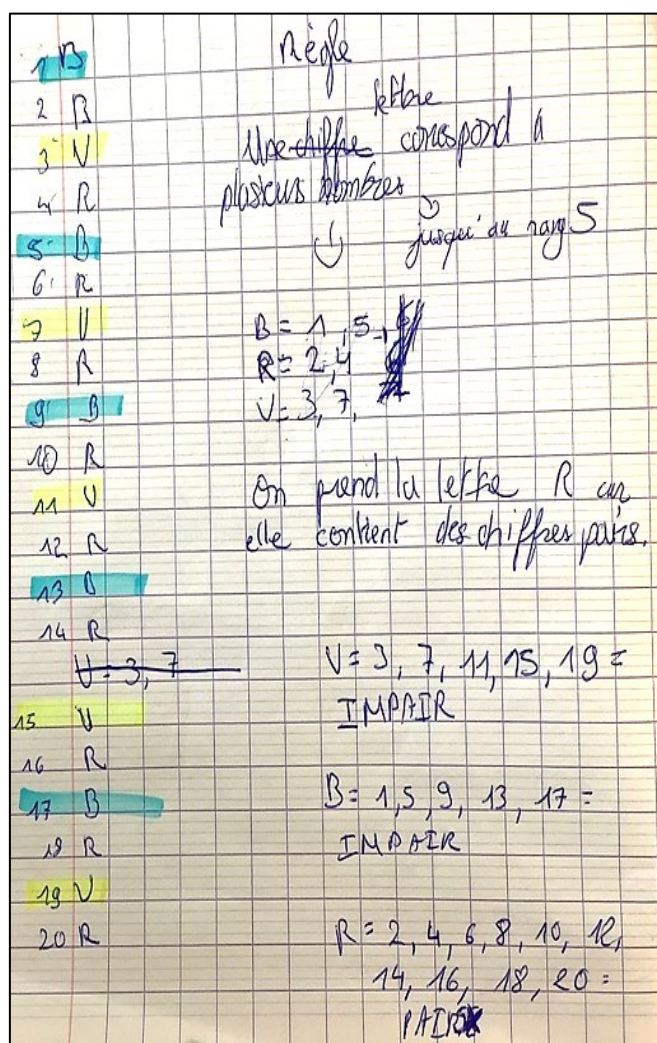
Figure 17 : trace écrite, sur tablette, en 6<sup>e</sup> du pattern 2, questions 2 et 3

La proportionnalité est encore sollicitée, même pour les patterns répétitifs (figure 17). L'élève trouve une réponse correcte avec une procédure incorrecte. Il suffit d'inverser le motif de base pour se rendre compte que cela ne fonctionne pas (Bleu pour le 10<sup>e</sup> et Vert pour le 100<sup>e</sup>).

La question 4 est formulée ainsi : « En expliquant votre démarche, trouver une façon de déterminer la couleur de n'importe quel cube. »

Cette formulation permet d'une part de travailler les critères de divisibilité : « tous les cubes de rangs pairs sont rouges », et d'autre part de donner du sens à la division euclidienne et l'utilisation du reste, ainsi que le traitement de problèmes conduisant à l'utilisation d'algorithmes : « si le reste du numéro donné par 4 est 1, alors le cube sera de couleur bleue ». Cette question semble plus ardue pour les élèves que dans le cas d'un pattern évolutif (à difficulté similaire), ce qui explique le manque de production d'élèves pour cette question.

Voici une production d'élèves pour cette dernière question :



Règle  
 Une lettre correspond à plusieurs nombres jusqu'au rang 5  
 B = 1, 5, 9, 13, 17 = IMPAIR  
 R = 2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18, 20 = PAIR  
 V = 3, 7, 11, 15, 19 = IMPAIR  
 On prend la lettre R car elle contient des chiffres pairs.

1	B
2	R
3	V
4	R
5	B
6	R
7	V
8	R
9	B
10	R
11	V
12	R
13	B
14	R
15	V
16	R
17	B
18	R
19	V
20	R

Figure 18 : trace écrite en 6<sup>e</sup> du pattern 2, question 4

Dans la figure 18, l'élève repère les places de chaque couleur et essaye de tirer des caractéristiques de ces places. Il indique bien que tous les rangs pairs sont occupés par un

cube rouge. Il ne semble pas voir la relation pour les verts et les bleus hormis le caractère impair. Cette question difficile peut faire l'objet d'un devoir hors classe en prenant quelques productions élèves et en demandant une rédaction de l'élève.

Voici un tableau des réponses élèves lors de la mise en œuvre du pattern 1 en classe de 6<sup>e</sup> :

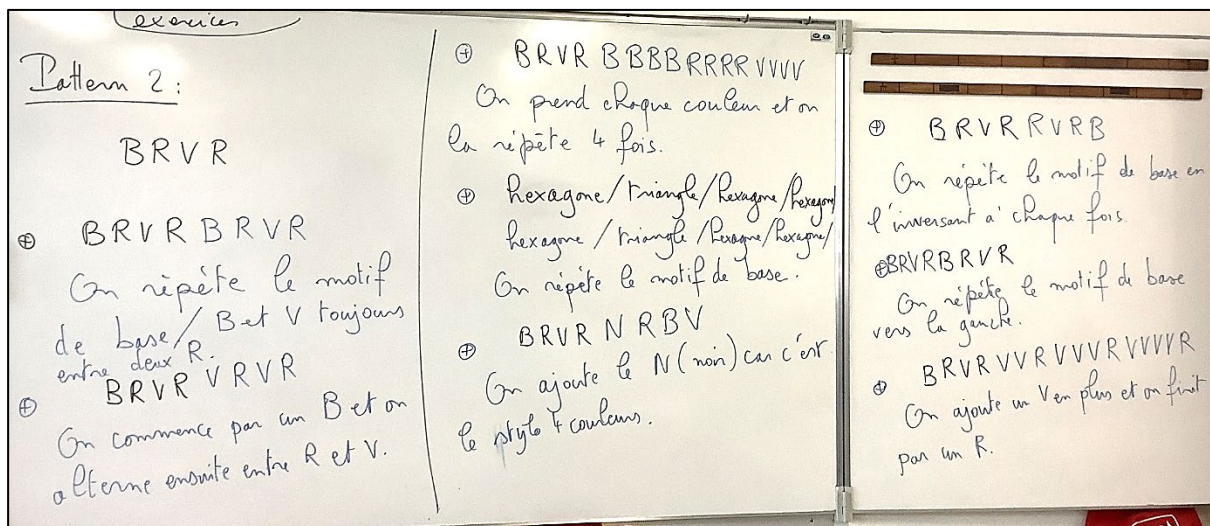


Figure 19 : photo des réponses élèves avec des apports du professeur pour la question 1 du pattern 2

## Point de vigilance

Il est important de :

- bien spécifier la règle avec la classe avant d'aller sur les questions 2 à 4 car l'implicite est non compris par les élèves en difficulté ;
- faire des activités de créativité régulièrement dans l'année ;
- varier les patterns ;
- varier les entrées dans l'algèbre<sup>7</sup> car les patterns restent discrets, or il est nécessaire d'envisager le continu pour la résolution d'équations par exemple ;
- veiller aux automatismes et à leur inhibition.

## Ressources

Une bibliothèque de motifs directement exploitable est à cette adresse Internet : <http://www.visualpatterns.org/>. Il suffit ensuite de choisir la ou les questions à donner à la classe.

Pour créer des patterns, on pourra utiliser ce site : <http://www.dudamath.com>. Un didacticiel intégré permet de prendre en main la web application. Il est alors possible de produire le rang 1, puis d'autres rangs, et même d'avoir la formule algébrique générale.

<sup>7</sup> Par exemple les programmes de calculs : [https://www.pedagogie.ac-nice.fr/mathematiques/wp-content/uploads/sites/30/2020/04/Programme\\_calculs\\_F-Ayme\\_M-Esteve\\_S-Etienne\\_version\\_finale.pdf](https://www.pedagogie.ac-nice.fr/mathematiques/wp-content/uploads/sites/30/2020/04/Programme_calculs_F-Ayme_M-Esteve_S-Etienne_version_finale.pdf) et [http://pegame.ens-lyon.fr/theme.php?rubrique=1&id\\_theme=48&code\\_niveau=N10](http://pegame.ens-lyon.fr/theme.php?rubrique=1&id_theme=48&code_niveau=N10)

Il existe un Observatoire International de la Pensée Algébrique regroupant des chercheurs intéressés par le développement de la pensée algébrique depuis l'école primaire jusqu'au secondaire : <https://www.oipa.education/pour-en-savoir-voir-plus>.

## Bibliographie

- - Demonty, I., Fagnant, A., & Vlassis, J. (2015). Le développement de la pensée algébrique : quelles différences entre les raisonnements mis en place par les élèves avant et après l'introduction de l'algèbre ?. *EMF 2015. Espace Mathématique francophone. Pluralités culturelles et universalité des mathématiques : enjeux et perspectives pour leur enseignement et leur apprentissage*. p. 265-279.  
<https://publimath.univ-irem.fr/numerisation/ACF/ACF15117/ACF15117.pdf>
- Houdé, O. (2007). Le rôle positif de l'inhibition dans le développement cognitif de l'enfant. *Le Journal des psychologues*, 244, 40-42. <https://doi.org/10.3917/jdp.244.0040>
- Loisy, C., Trgalová, J., Alturkmani, M.D., Bénech, P., & Trouche, L. (2022). Collaboration entre et avec les acteurs de terrain et effets sur les ressources et le développement professionnel. Le cas du projet PREMaTT. B. Meslin, M. Daguzon, R. Monod-Ansaldi, M. Prieur, B. Joseph, A. Trouillet (dir.), *L'institut Carnot de l'éducation Auvergne-Rhône-Alpes : une expérimentation visant à favoriser les partenariats entre chercheurs et praticiens* (p. 197-222). Clermont-Ferrand, Presses Universitaires Blaise Pascal, collection Sphère éducative.
- Martin Dametto, S., Piolti Lamorthe, C., & Roubin, S. (2013). TRAIN : Travail de Recherche ou d'Approfondissement avec prise d'Initiative. *Bulletin de l'APMEP*, 502, 11-22.  
<https://www.apmep.fr/TRAIN-Travail-de-Recherche-ou-d>
- Patterns. Des problèmes pour travailler les pensées algorithmique et algébrique. *Guide bleu « la résolution de problèmes mathématiques au collège »*, Eduscol (Chapitre 4, p. 105-128). <https://eduscol.education.fr/document/13132/download>
- Piolti Lamorthe C., & Roubin, S. (2021). Vers la pensée algébrique. *Les maths est-ce que ça compte ? Cahiers pédagogiques*, 573 (p. 42). <https://www.cahiers-pedagogiques.com/n-573-les-maths-est-ce-que-ca-compte/>
- Radford, L. (2014). The progressive development of early embodied algebraic thinking. *Mathematics Education Research Journal*, 26(2), 257-277.
- Wolper, P. (2015). *La pensée algorithmique*, [Podcast]. Daily Science 2015.  
<https://dailyscience.be/18/04/2016/la-pensee-algorithmique/> (consulté le 4 août 2022)