

Usage des tuiles algébriques pour mieux appréhender le calcul littéral Expérimentation en classe de 4^e

Sylvain ETIENNE
Professeur de mathématiques
Collège Sidney BECHET
Antibes (Alpes-Maritimes)

Isabelle HUBERT
Professeure de mathématiques
Collège Arnaud Beltrame
Pégomas (Alpes-Maritimes)

Résumé



En classe de quatrième, la réduction d'expressions algébriques ainsi que la distributivité sont abordées par la manipulation de tuiles algébriques.

En séance 1, s'effectue la présentation du matériel et le début de la manipulation.

En séance 2, on utilise le matériel pour installer les formules et ancrer les représentations mentales.

Mots-clés

Algèbre ; calcul littéral ; tuiles algébriques ; triptyque « Manipuler, Verbaliser, Abstraire » ; matériel de manipulation ; nombres rectangles ; réduire ; supprimer les parenthèses ; distributivité ;

Descriptif synthétique des séances

Séance 1	Séance 2
<ul style="list-style-type: none"> • Présentation des nombres rectangles • Décomposition d'un entier en produit • Manipulation de jetons • Echange collégial sur les grandeurs en jeu • Présentation des tuiles algébriques • Manipulation sur la représentation d'expressions algébriques 	<ul style="list-style-type: none"> • Manipulation des tuiles pour travailler sur la réduction, la suppression de parenthèses précédées d'un signe + et la distributivité
Les élèves travaillent en groupes de 4. Les productions sont écrites dans leur cahier partie exercices.	Chaque élève travaille seul. Les productions sont décrites sur le document fourni.
Document d'appui Voir annexe 1	Document d'appui Voir annexe 2

Modalités : deux séances pour chacune des classes de 4^e

La première séance est une séance de découverte en groupes coanimée par les deux enseignants.

Les élèves sont en groupe de 4. Les groupes sont mixtes en termes de genre et de niveau.

Les enseignants interviennent modérément durant cette séance.

Les prérequis sont : décomposition des nombres entiers en produit de deux facteurs ; multiples et diviseurs ; nombre premier pour la première partie. Les notions d'algèbre de 5^e sont nécessaires : notation en particulier ($2x$, c'est $2 \times x$).

Le matériel utilisé est un sachet d'une cinquantaine de jetons pour chaque groupe dans un premier temps puis une trousse contenant des tuiles algébriques (un article dédié, avec les fichiers nécessaires, se trouve sur le [site académique](#)).

Dans un premier temps, Sylvain Etienne présente la manipulation avec jetons et distribue le document de travail (**annexe 1**).

Les enseignants circulent entre les groupes et échangent avec les élèves au fur et à mesure de leurs découvertes, de leurs questionnements, de leurs réalisations et de leurs remarques.

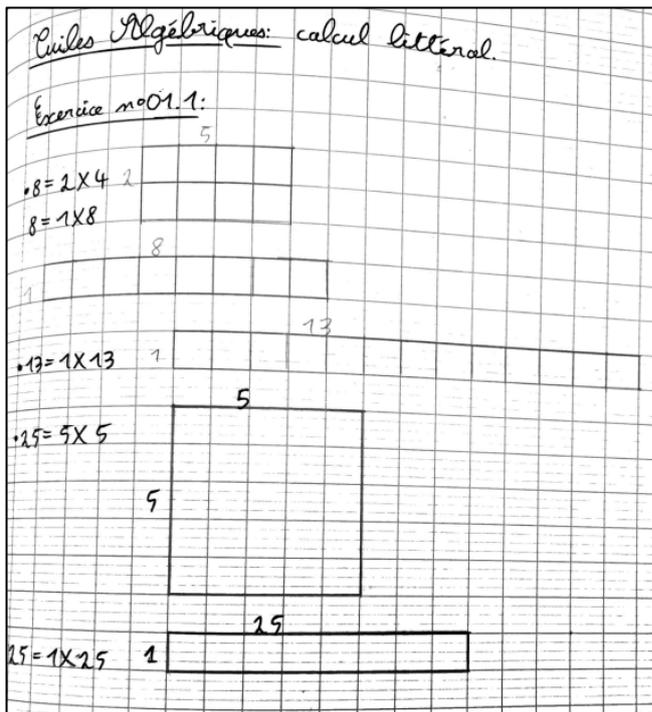


Figure 1 : extrait 1 du cahier de Maxime 4^e3

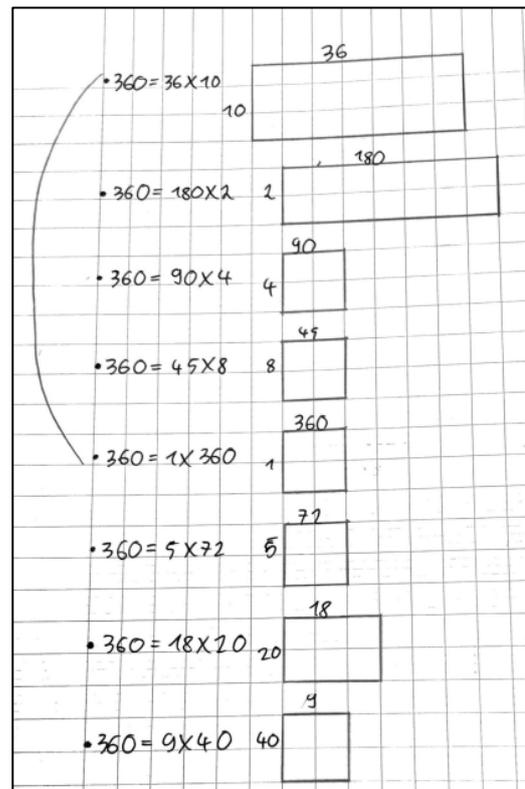


Figure 2 : extrait 2 du cahier de Maxime 4^e3

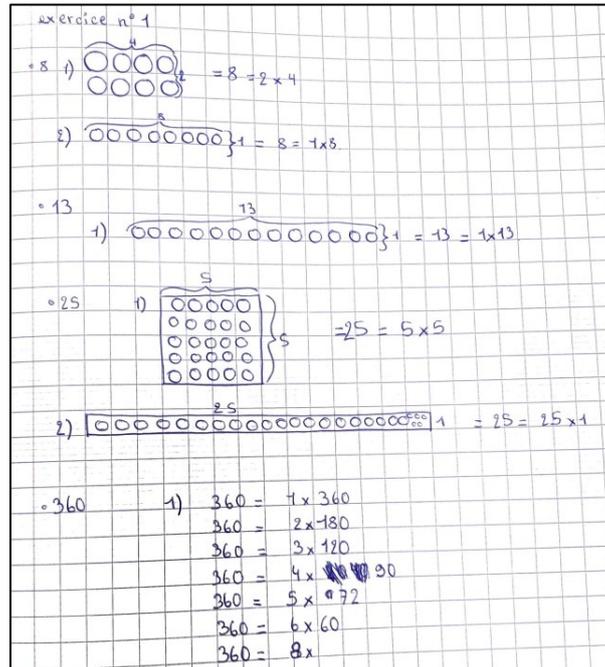


Figure 3 : extrait 1 du cahier de Flora 4^e

Dans un second temps, Sylvain Etienne réalise un bilan d'étape collégial durant lequel les élèves formalisent les notions principales déduites de leurs manipulations :

- la décomposition $1 \times N$ est toujours possible ;
- tout entier N peut être représenté par un rectangle de longueur N et de largeur 1 ;
- un carré est un rectangle particulier.

Les tuiles algébriques sont alors présentées.

Les élèves se familiarisent avec les tuiles et représentent diverses expressions algébriques.

Les groupes les plus avancés pratiquent la réduction des écritures.

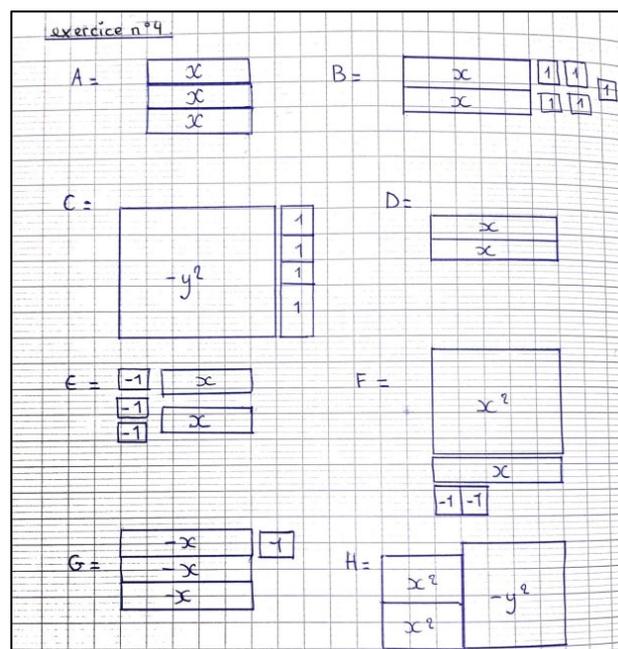


Figure 4 : extrait 2 du cahier de Flora 4^e

La seconde séance est une séance de manipulation en individuel durant une heure d'AP menée par l'enseignante de la classe, Isabelle Hubert.

Il y a 15 élèves en classe et chacun est seul à sa table.

Matériel : un lot de tuiles algébriques (lot réduit) et un document d'appui (**annexe 2**).

La séance est fractionnée en différentes étapes (réduire – supprimer les parenthèses – distributivité). La manipulation est prépondérante, l'élève est autonome.

Pour chaque étape, la première approche est la manipulation puis l'élève utilise cette représentation mentale pour réaliser les exercices sans manipulation.

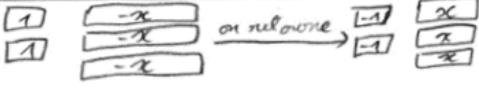
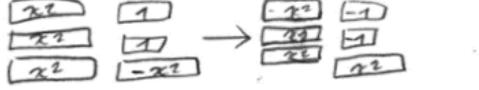
MISSION 2 : Supprimer les parenthèses dans une expression littérale.		
Expression algébrique	Manipulation avec les tuiles	Expression sans parenthèses
$A = -(2 - 3x)$		$A = -2 + 3x$
$B = -(4x - x^2 + 1)$		$B = x^2 - 4x + 1$
$C = x^2 - (-2x - 1)$		$C = x^2 + 2x + 1$
$D = 3x^2 - (2 - x^2)$		$D = 4x^2 - 2$
$E = 2 \times (x + 3)$		$E = 2x + 6$

Figure 5 : extrait de la fiche d'activité sur la suppression de parenthèses dans une expression littérale

Points positifs

La mise au travail est rapide et les élèves sont en réussite.

Les échanges sont riches.

Les élèves fragiles accrochent bien.

Points à améliorer

Quelques élèves sont un peu déstabilisés par l'approche proposée de la représentation des nombres.

Les élèves dont la capacité d'abstraction est importante se détachent un peu vite de la manipulation.

Un point sur la manipulation

Le point essentiel de la manipulation des tuiles algébriques, est d'associer un nombre à une grandeur (notion de mesure) et à une figure géométrique.

Pour les tuiles algébriques, la figure géométrique retenue est le rectangle, dont les grandeurs mathématiques les plus représentatives sont les longueurs des côtés ainsi que la surface du rectangle. C'est le point essentiel de l'exercice 02.1 de l'annexe 1.

Les nombres rectangles peuvent (devraient) être externalisés, et être traités dès le cycle 2, et quelques activités par an peuvent être menées. Les apports en arithmétique sont nombreux, et même au collège (nombre carré, nombre premier par exemple, et aussi le produit de nombres décimaux !). Ces activités peuvent ensuite être mobilisées par des affiches, des photos à d'autres moments.

Le cheminement présenté dans l'annexe 1 sur les nombres rectangles est typique de la manipulation : les jetons permettent d'entrer dans l'activité mathématique par le monde sensible, de tester sans aucune trace (statut de l'erreur), de verbaliser pour soi et avec les autres (dans la verbalisation, les gestes sont essentiels !).

La trace écrite, d'abord proche du matériel, permet de faire du lien avec le matériel. Ensuite, on va vers une modélisation (seules les longueurs des côtés sont nécessaires), et enfin vers la symbolique mathématique. Toutes ces étapes (en mode « petits pas ») participent à la construction de représentations mentales, notamment pour les élèves les plus fragiles.

Points de vigilance

- On pourra demander à tous les élèves de réaliser une fois la manipulation avec le matériel pour s'assurer de certaines représentations. Par la suite, les élèves qui n'en ont pas besoin peuvent le laisser de côté.
- On pourra cependant demander à des élèves d'un bon niveau de continuer à utiliser le matériel en leur indiquant « si un nouvel élève arrive, comment pourrais-tu lui faire comprendre les notions étudiées en algèbre ? ».

On pourra s'assurer que les mauvaises représentations sont rapidement corrigées.

Exemple : représenter $3x$

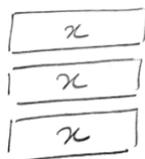


Figure 6 : représentation 1



Figure 7 : représentation 2

Pour représenter $3x$, certains élèves utilisent les tuiles comme sur la figure 7. Il est alors parfois nécessaire de verbaliser « si on devait prendre 3 stylos ? », ce qui permet aux élèves de revenir à la représentation correcte de la figure 6.

- Certains élèves peuvent avoir le sentiment qu'ils sont des élèves en difficulté car ils utilisent du matériel, et ils refusent donc de l'utiliser.